

MARCO RAO

Development of Particle Accelerators and Medical Applications
Physical Technologies for Safety and Health
Division Fusion and Technologies for Nuclear Safety Department
Frascati Research Centre, Rome

EXPERIMENT FINDINGS WITH A LINEAR CONGRUENTIAL GENERATOR VARIANT

RT/2019/2/ENEA



ITALIAN NATIONAL AGENCY FOR NEW TECHNOLOGIES,
ENERGY AND SUSTAINABLE ECONOMIC DEVELOPMENT

MARCO RAO

Development of Particle Accelerators and Medical Applications
Physical Technologies for Safety and Health
Division Fusion and Technologies for Nuclear Safety Department
Frascati Research Centre, Rome

EXPERIMENT FINDINGS WITH A LINEAR CONGRUENTIAL GENERATOR VARIANT

RT/2019/2/ENEA



ITALIAN NATIONAL AGENCY FOR NEW TECHNOLOGIES,
ENERGY AND SUSTAINABLE ECONOMIC DEVELOPMENT

I rapporti tecnici sono scaricabili in formato pdf dal sito web ENEA alla pagina www.enea.it

I contenuti tecnico-scientifici dei rapporti tecnici dell'ENEA rispecchiano l'opinione degli autori e non necessariamente quella dell'Agenzia

The technical and scientific contents of these reports express the opinion of the authors but not necessarily the opinion of ENEA.

EXPERIMENT FINDINGS WITH A LINEAR CONGRUENTIAL GENERATOR VARIANT

M. Rao

Riassunto

Questo lavoro riporta i risultati di un'indagine sull'influenza del fattore tempo nella generazione di numeri casuali. A partire da un lavoro di letteratura, è stata eseguita una modifica nell'algoritmo di base di un generatore congruenziale lineare (GCL), ottenendo i risultati presentati nel seguito. `qnrngvar.rand` è il nome temporaneo assegnato all'algoritmo.

Parole chiave: Generazione di numeri quasi-casuali, Variante del GCL.

Abstract

This work reports the results from an investigation on the influence of time factor in random number generation. Starting from a literature work, a modification in the basic algorithm of a linear congruential generator (LCG) was performed, obtaining the results presented in the follows. `qnrngvar.rand` is the temporary name assigned to the algorithm.

Keywords: *Quasi-random numbers generation, LCG variant.*

INDEX

INTRODUCTION	7
METHODOLOGY	8
USE OF THE TIME IN QUANTUM-BASED RNG	11
THE PERFORMED VARIANT	12
RESULTS	13
A SIMPLE MONTE CARLO APPLICATION - CALCULUS OF PHI WITH DIFFERENT METHODS	13
A LOOK TO THE VARIANCE	16
APPENDIX A - CODE	17
APPENDIX B - QRNGVAR.RAND PLOT BY SAMPLE SIZE	18
APPENDIX C - COMPARISON OF QNRGVAR.RAND WITH OTHER QNRG	21
APPENDIX D - SOME TEST IN COMPARISON WITH TORUS ALGORITHM	34
APPENDIX E - SEQUENCE OF 1000 NUMBERS FROM QNRGVAR.RAND, TORUS, SOBOL, HALTON & SFMT	39
APPENDIX F - A MONTE CARLO EXPERIMENT ABOUT PHI - THE CODE	63
BIBLIOGRAPHY	66

Introduction

This note reports some results from an investigation on the influence of time factor in random number generation (RNG) (**Marsaglia, 1968**), (**Knuth, 1981**), (**Yuan Deng & Lin, 2000**). Starting from observations about use of the time in RNG reviewed in a reference work (**Herrero-Collantes & Garcia-Escartin, 2017**), a modification in the basic algorithm of a Linear Congruential Generator (LCG) (**Hull & Dobell, 1962**), (**Tezuka, 1995**), (**Marsaglia G. , 1972**) was performed.

To be more specifically, we have taken into account the quantum random number generators based on radioactive decay (**Isida & Ikeda, 1956**), (**Manelis, 1961**), (**Schmidt, 1970**), (**Vincent, 1970**): subsequently, few in LCG algorithm leading to a *Pseudo* Quasi Random Numbers Generator.

qnrqvar.rand is the temporary name assigned to the algorithm.

Methodology

Some basics about random number generation to introduce the performed analysis.

A (pseudo) random number generator (RNG) is defined (**L'Ecuyer, 1990**) by a structure $(S; \mu; f; U; g)$ where:

- S a finite set of states,
- μ a probability distribution on S , called the initial distribution,
- a transition function $f: S \mapsto S$
- a finite set of output symbols U ,
- an output function $g: S \mapsto U$.

Then the generation of random numbers is as follows:

1. generate the initial state (called the *seed*) s_0 according to μ and compute $u_0 = gs_0$,
2. iterate for $i = 1, \dots, s_i = f(s_{i-1})$ and $u_i = gs_i$.

Generally, the seed s_0 is determined using the clock machine, and so the random variates u_0, \dots, u_n seems "real" i.i.d. uniform random variates. The period of a RNG, a key characteristic, is the smallest integer $P \in \mathbb{N}$, such that $\forall n \in \mathbb{N}, s_{p+n} = s_n$.

In this work we made just a simple experiment in the field of linear congruential generators.

Linear congruential generators have a transfer function of the following type¹:

1. $f(x) = (ax + c) \bmod m$

where a is the multiplier, c the increment and m the modulus and $x, a, c, m \in \mathbb{N}$ (i.e. S is the set of (positive) integers). f is such that:

2. $x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod m$

Typically, c and m are chosen to be relatively prime and a such that $\forall x \in \mathbb{N}, ax \bmod m \neq 0$.

The cycle length of linear congruential generators will never exceed modulus m , but can be maximized with the three following conditions:

¹ This representation could be easily generalized for matrix (**L'Ecuyer, 1990**).

- increment c is relatively prime to m ,
- $a - 1$ is a multiple of every prime dividing m ,
- $a - 1$ is a multiple of 4 when m is a multiple of 4,

When $c = 0$, we have the special case of Park-Miller algorithm or Lehmer (**Lehmer, 1949**) algorithm (**Park & Miller, 1988**) Let us note that the $n+j$ th term can be easily derived from the n th term with a puts to $aj \bmod m$ (still when $c = 0$).

Finally, we generally use one of the three types of output function:

$$3. \quad g: N \mapsto [0,1], \text{ and } g(x) = \frac{x}{m},$$

$$4. \quad g: N \mapsto [0,1], \text{ and } g(x) = \frac{x}{m-1},$$

$$5. \quad g: N \mapsto [0,1], \text{ and } g(x) = \frac{x+1/2}{m}.$$

The performed experiment involved a little modification in LCG basic algorithm: as results, we have obtained a behavior very similar to the one typical of quasi random number generator (QRNG) (**Niederreiter, 1978**), (**Niederreiter, 1992**).

At a practical level we've used the R randtoolbox package (**Dutang & Wuertz, 2018**), to write the algorithm reported in Appendix A.

Quasi-Random Sequences

Quasi-random number generators (QRNGs) produce highly uniform samples of the unit hypercube. QRNGs minimize the discrepancy between the distribution of generated points and a distribution with equal proportions of points in each sub-cube of a uniform partition of the hypercube. As a result, QRNGs systematically fill the “holes” in any initial segment of the generated quasi-random sequence. Unlike the pseudorandom sequences described in Common Pseudorandom Number Generation Methods, quasi-random sequences fail many statistical tests for randomness. Approximating true

² See (**Knuth D. E., 2002**) for a proof.

randomness, however, is not their goal. Quasi-random sequences seek to fill space uniformly, and to do so in such a way that initial segments approximate this behavior up to a specified density.

QRNG applications include:

- Quasi-Monte Carlo (QMC) integration. Monte Carlo techniques are often used to evaluate difficult, multi-dimensional integrals without a closed-form solution. QMC uses quasi-random sequences to improve the convergence properties of these techniques.
- Space-filling experimental designs. In many experimental settings, taking measurements at every factor setting is expensive or infeasible. Quasi-random sequences provide efficient, uniform sampling of the design space.
- Global optimization. Optimization algorithms typically find a local optimum in the neighborhood of an initial value. By using a quasi-random sequence of initial values, searches for global optima uniformly sample the basins of attraction of all local minima.

Quasi-random sequences are functions from the positive integers to the unit hypercube. To be useful in application, an initial point set of a sequence must be generated. Point sets are matrices of size n -by- d , where n is the number of points and d is the dimension of the hypercube being sampled. The functions `haltonset` and `sobolset` construct point sets with properties of a specified quasi-random sequence. Initial segments of the point sets are generated by the `net` method of the `grandset` class (parent class of the `haltonset` class and `sobolset` class), but points can be generated and accessed more generally using parenthesis indexing.

Because of the way in which quasi-random sequences are generated, they may contain undesirable correlations, especially in their initial segments, and especially in higher dimensions. To address this issue, quasi-random point sets often skip, leap over, or scramble values in a sequence. The `haltonset` and `sobolset` functions allow you to specify both a `Skip` and a `Leap` property of a quasi-random sequence, and the `scramble` method of the `grandset` class allows you apply a variety of scrambling techniques. Scrambling reduces correlations while also improving uniformity.

Quasi-Random Streams

Quasi-random streams, produced by the `grandstream` function, are used to generate sequential quasi-random outputs, rather than point sets of a specific size. Streams are used like pseudoRNGS, such as `rand`, when client applications require a source of quasi-random numbers of indefinite size that can be accessed intermittently. Properties of a quasi-random stream, such as its type (Halton or Sobol), dimension, skip, leap, and scramble, are set when the stream is constructed.

In implementation, quasi-random streams are essentially very large quasi-random point sets, though they are accessed differently. The state of a quasi-random stream is the scalar index of the next point to be taken from the stream. Use the `grand` method of the `grandstream` class to generate points from the stream, starting from the current state. Use the `reset` method to reset the state to 1. Unlike point sets, streams do not support parenthesis indexing.

Use of the time in quantum-based RNG

Several works like (**Hull & Dobell, 1962**) reports the increasing need of automatic RNG in second half of past century. The research of natural source of randomness turn relatively soon towards physics (**Neuenschwander & Zeuner, 2003**), so, phenomena like radioactivity decay became an option since devices like Geiger-Muller detector (GM) provides an efficient mechanism to capture randomness through the amplification of α , β and γ radiation, (most radioactivity-based QRNG were based on the β radiation).

A brief but exhaustive description of basic functioning principles of this kind of machines is reported in (**Herrero-Collantes & Garcia-Escartin, 2017**) and here the most interest is in radioactive decay used to generate white noise for analog computers (we are talking about communications and simulation problems where a broadband signal is necessary). In this case, the pulses from the GM detector trigger a change of state in a voltage signal. Whenever a particle is detected the signal goes from high to low voltage or from low to high. The resulting random signal is called random telegraph noise (Rice, 1944). In this case we do not want a binary signal, but Gaussian noise. Instead of sampling, the signal is directed to a low pass filter to complete the noise generator.

In particular, this work moves from the so-called web-based random number server HotBits (**Walker, 1996**). In the HotBits generator, the random times of arrival of the radiation to the Geiger counter give pairs of intervals of random length.

The time between two consecutive pulses is stored as t_1 compared to the time between the next two pulses t_2 . The random bits come from comparing the times. If $t_1 > t_2$ we output a 0 bit and if $t_1 < t_2$ we output a 1. The generator reverses the criterion for 0 and 1 for every time pair in order to compensate for small systematic biases that might favour slightly unbalanced intervals. This provides a crude correction for small problems like, for instance, the loss of radioactive material due to radioactive disintegration that makes the second interval shorter on average by a very short time.

Figure 1 - Time difference method³

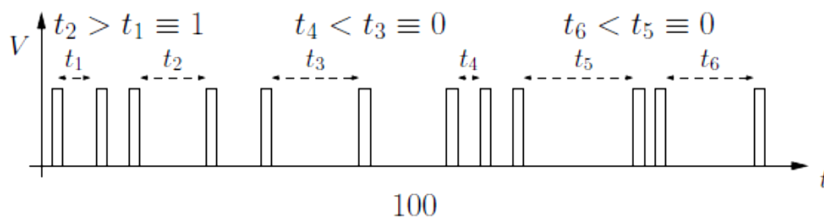


Figure 2 - Convergence of LCG

This method compares the time between two events in the Geiger detector. If $t_i = t_{i+1}$ then a bit with value one is generated. Otherwise, the bit generated will be zero.

Of course, there are several ways to use the randomness in photon detection times in order to generate random bits.

The performed variant

The modification to the basic algorithm was performed following three steps:

1. an external input activates the generator, acting as a trigger event⁴;
2. as a second step a predefined number N^5 of counters starts to work;

³ Figure 1 is extracted from (**Herrero-Collantes & Garcia-Escartin, 2017**).

⁴ In the implemented code this step is represented by use of the `sys.time` parameter, activated at the moment in which the user run the code.

⁵ In the case study we use 3 counters.

3. a specific formula to calculate the random number is used at a certain moment, related to a parameter defined by trigger event.

Such a process is repeated by m times, where m is the length of the random number' series selected by user.

This process was incorporated in the traditional LCG algorithm, in particular in a R code that use `lcg.rand`, the R routine contained in `randtoolbox` package.

Results

Detailed reports of results obtained running `qrngvar.rand` is presented in the appendix from A to F. We can note that behavior and applications result from `qrngvar.rand` are substantially identical to other well-known QRNG like halton and sobol, as the next section demonstrates.

A simple Monte Carlo application - calculus of phi with different methods

What follows shows the results obtained using `qrngvar.rand` to calculus of phi. In particular the graphs from 1 to 4 allow the comparison among our code and others like basic LCG, halton and sobol in order to measure the convergence of random sequence to the value of phi.

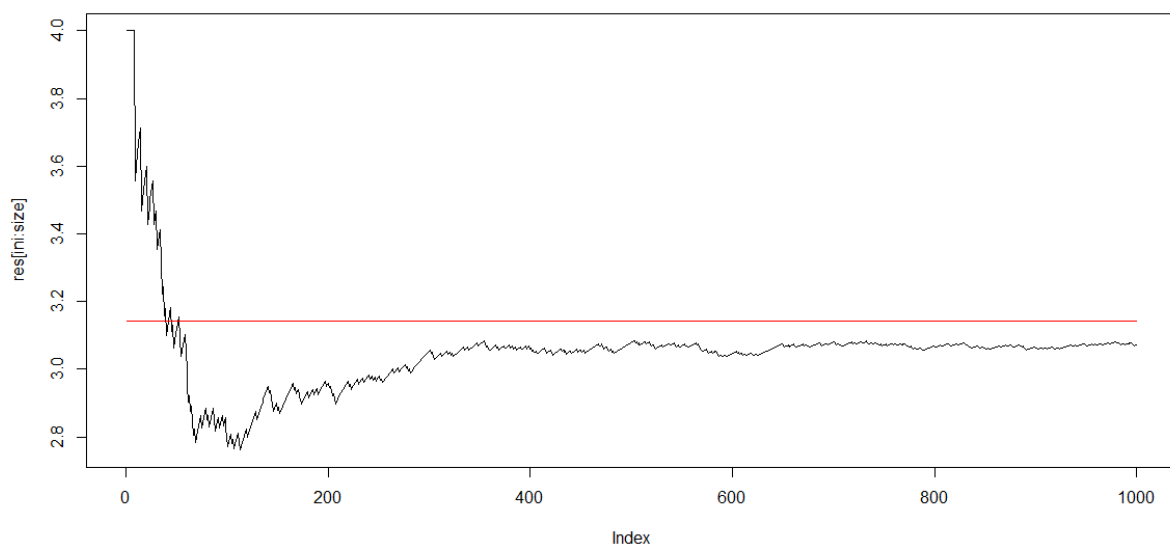


Figure 3 - Convergence of LCG

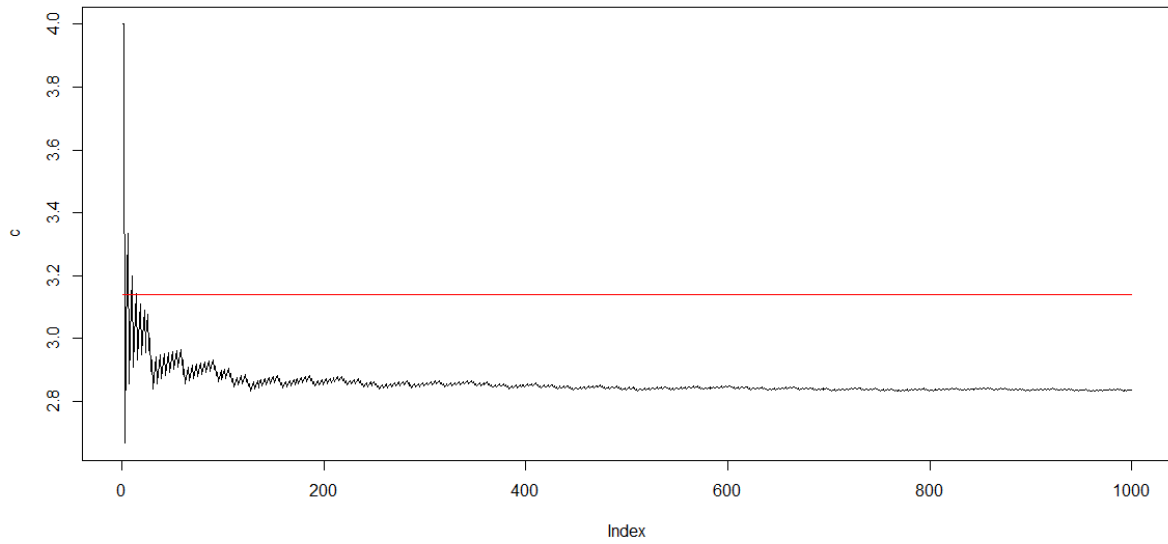


Figure 4 - Convergence of halton

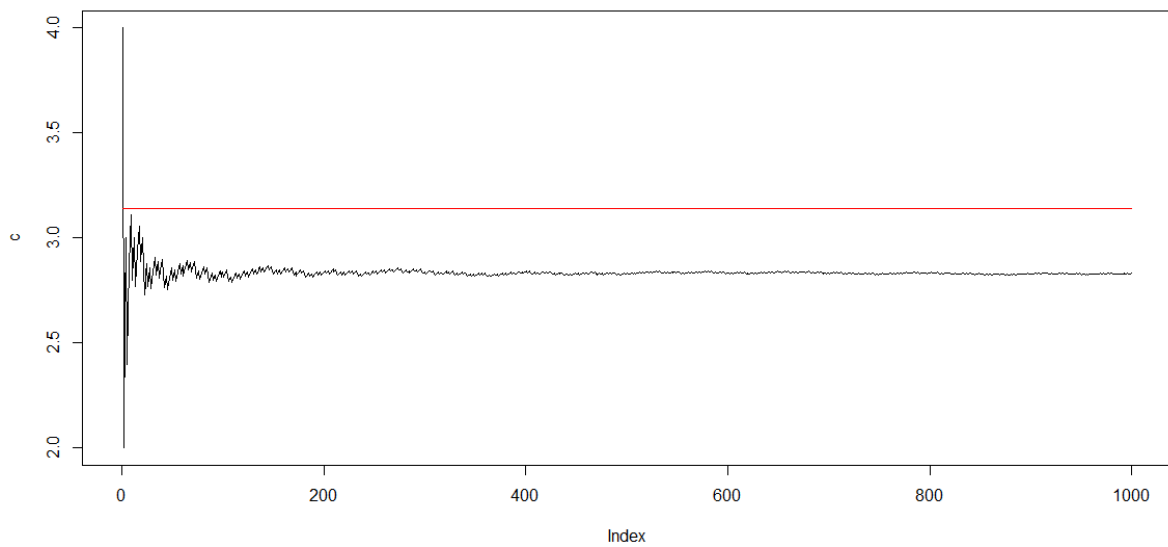


Figure 5 - Convergence of sobol

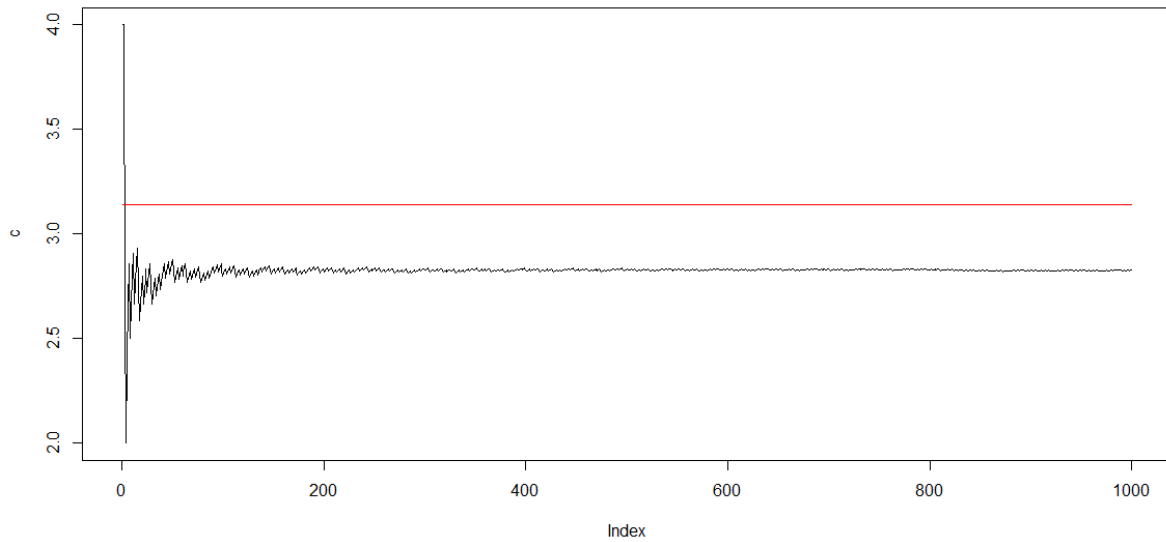


Figure 6 - Convergence of halton

The results confirm that `qrngvar.rand` is similar to quasi random generator like halton and sobol (in particular like sobol). As well-known a QRNG is unfit to task like the calculus of ϕ and the discussed algorithm don't made exception to this rule.

A look to the variance

Figure 26 shows the variance in random generation of [50:100:500:1000:10000] numbers for five methods, 4 QNRG and the SIMD-oriented Fast Mersenne Twister algorithm.

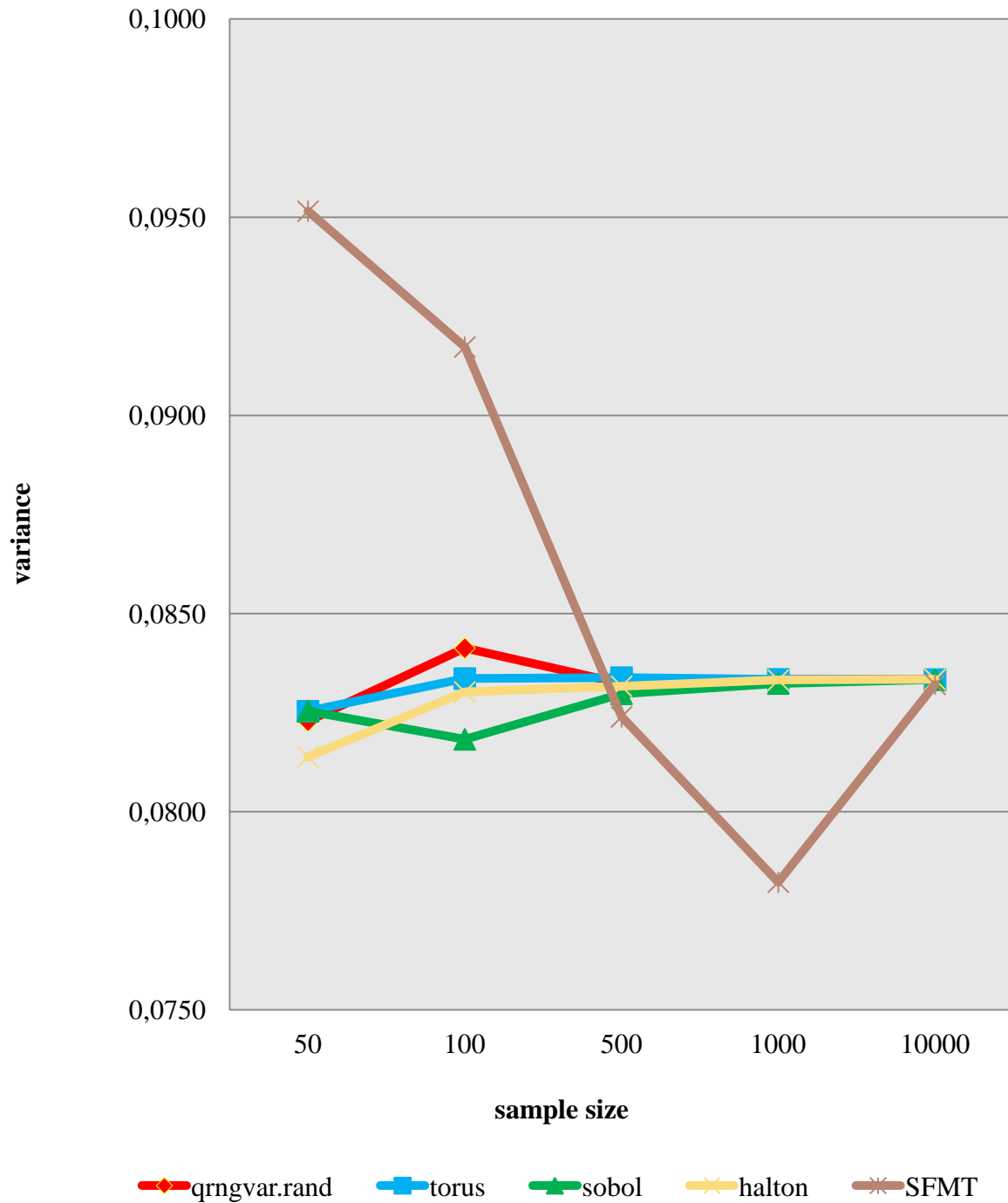


Figure 7 - Comparison in modification of variance for 3 types of QRNG and SFMT by sample size

Appendix A - Code

```
randout <- matrix(nrow=10000, ncol=1)

library(randtoolbox)

tdlrg.rand <- function(n=10) {
  rng <- vector(length = n)
  m <- 2 ** 32
  a <- 1103515245
  c <- 12345
  # Set the seed using the current system time in microseconds

  c1<-0
  c2<-0
  c3<-0

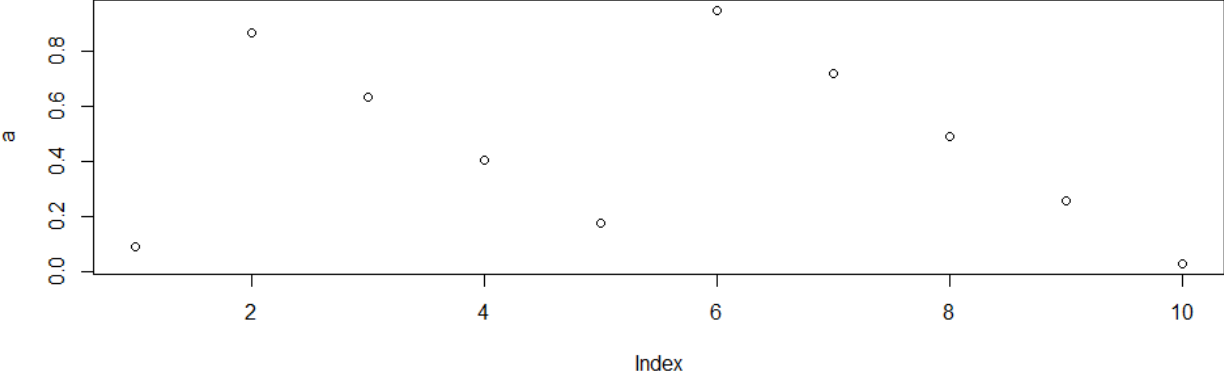
  for (i in 1:n) {
    d <- as.numeric(Sys.time()) / 1000
    c1<-c1+1
    c2<-c1+1
    c3<-c2+1
    g<- c1+c2+c3
    g <- (a * g + c) %% m
    rng[i] <- g / m
  }
  return(rng)
}

n <- 10000

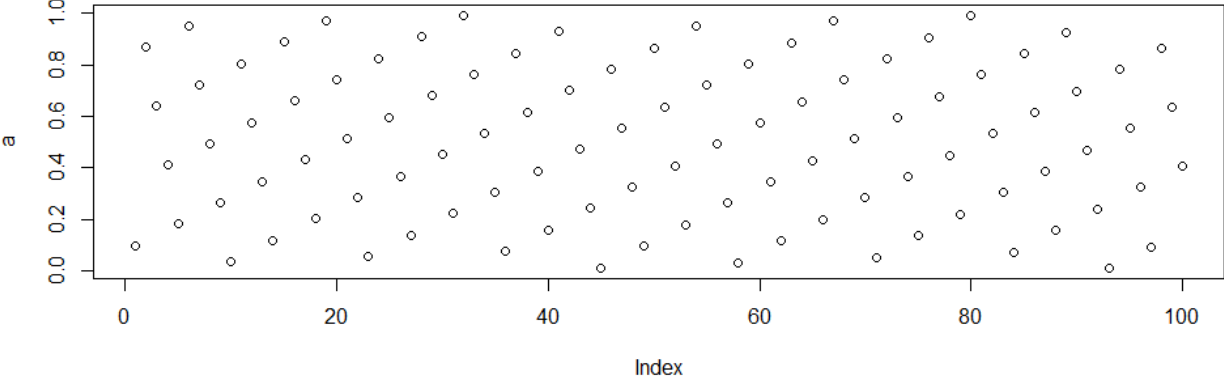
for (i in 1:length(n)) {
  x <- tdlrg.rand(n)
  randout[,i] = x
}plot(randout)
```

Appendix B - qrngvar.rand plot by sample size

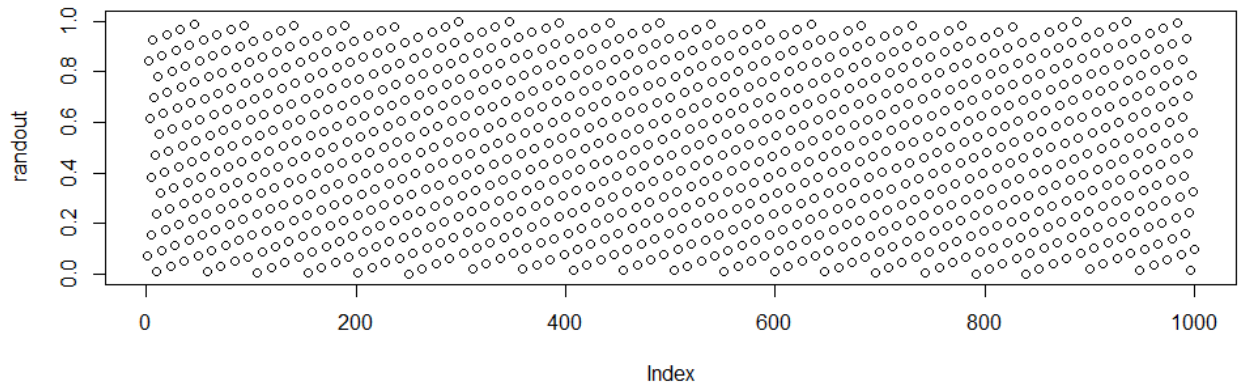
n = 10



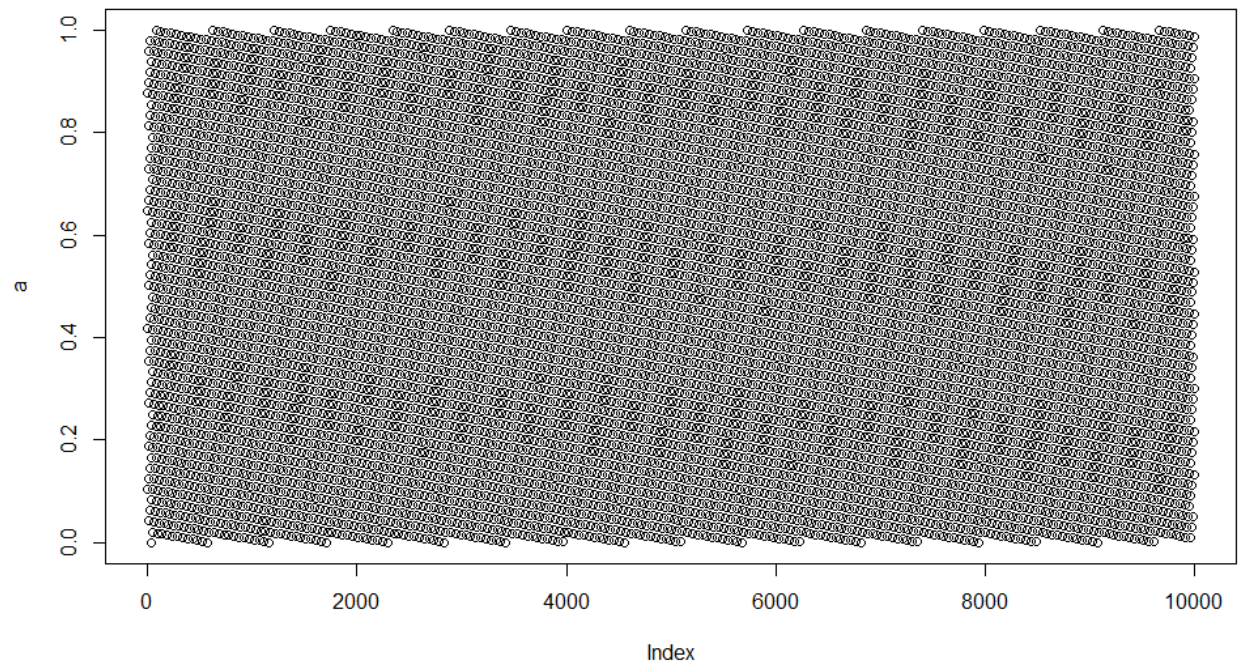
n = 100



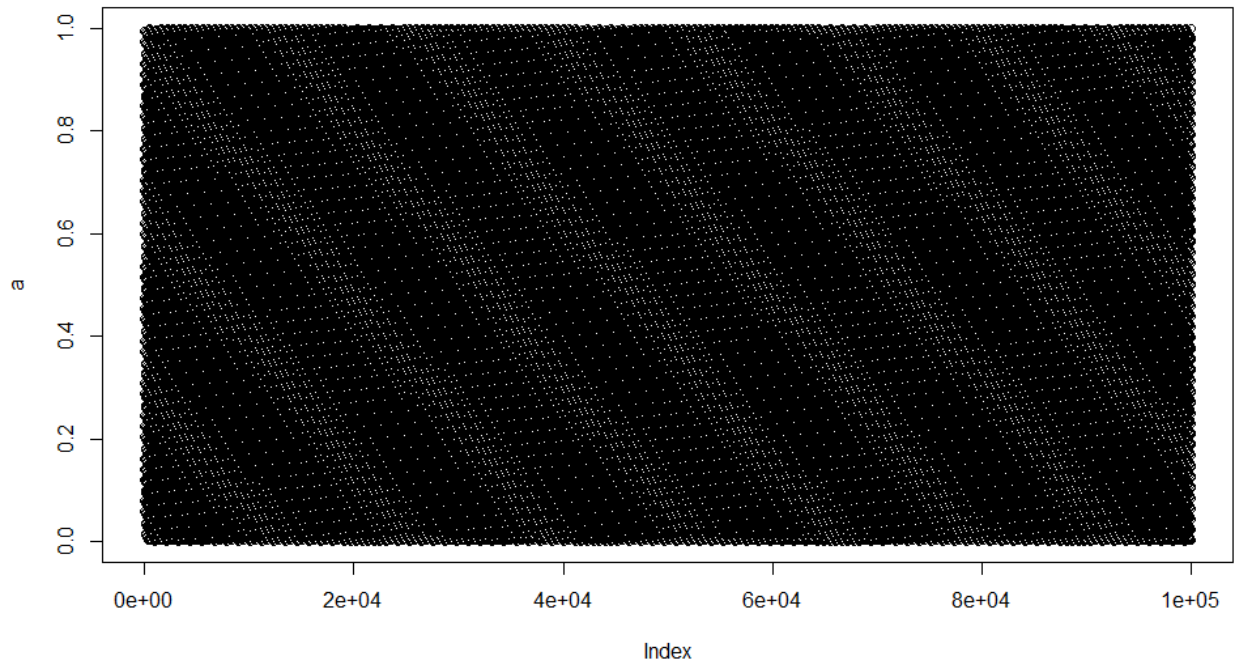
n = 1,000



n = 10.000



n = 100.000



$n = 1.000.000$

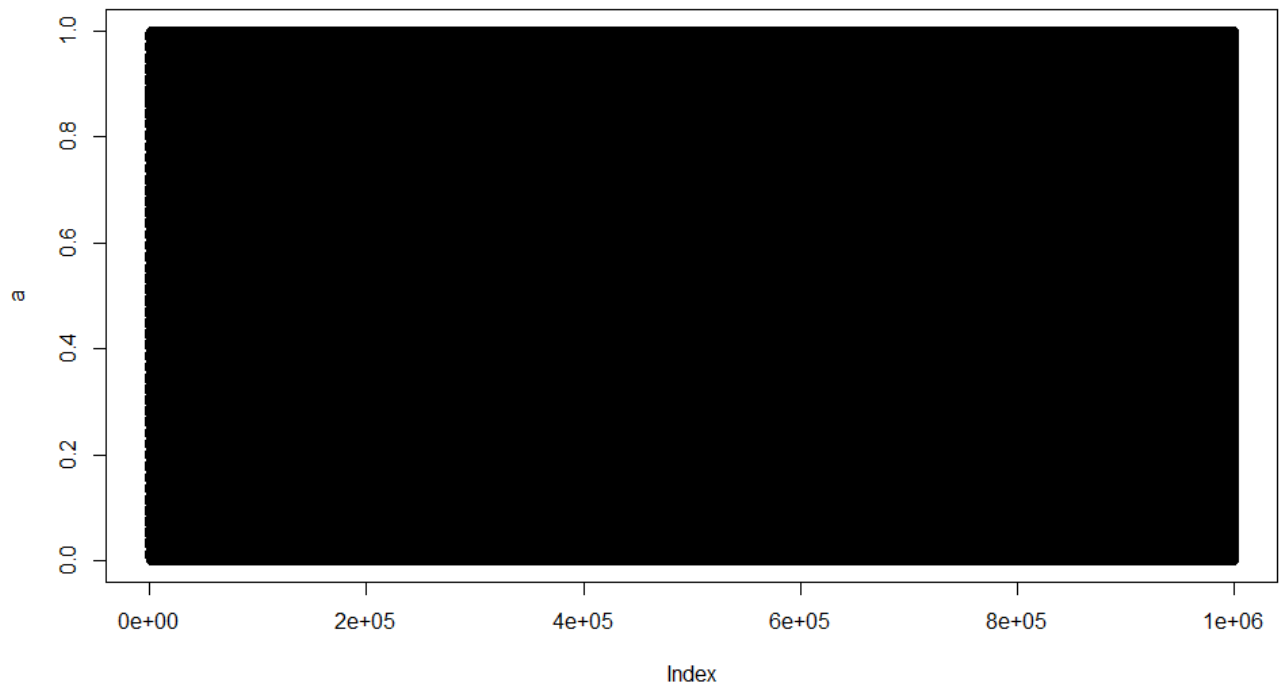


Figure 8 - SFMT vs qrngvar.rand (10)

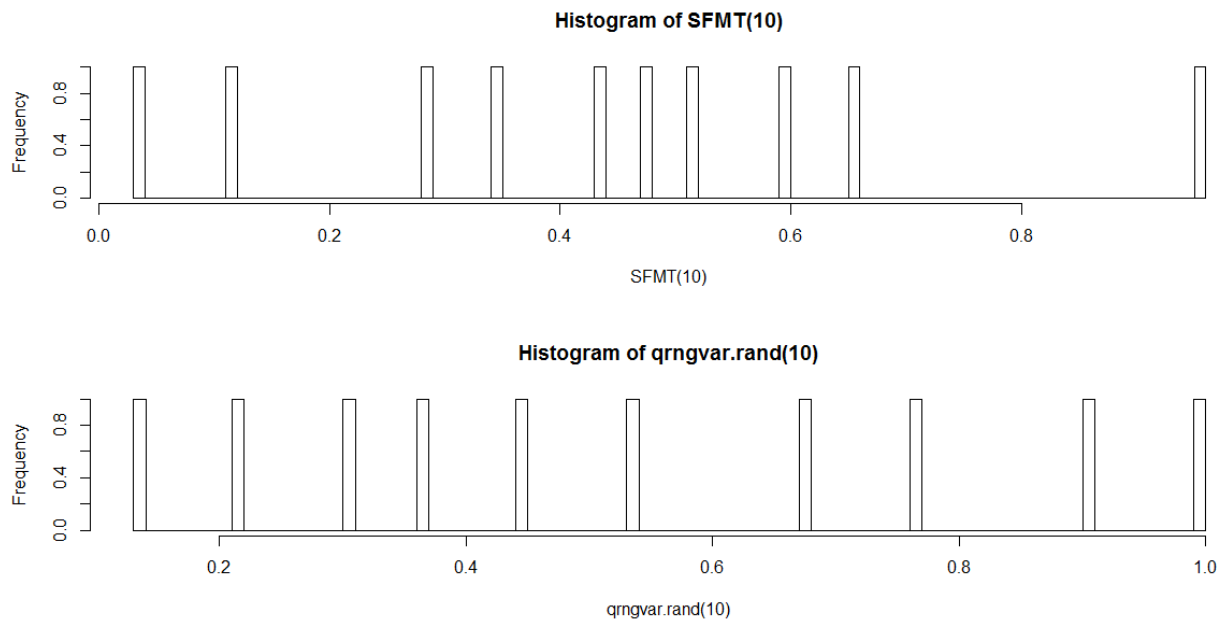


Figure 9 – torus vs qrngvar.rand (10)

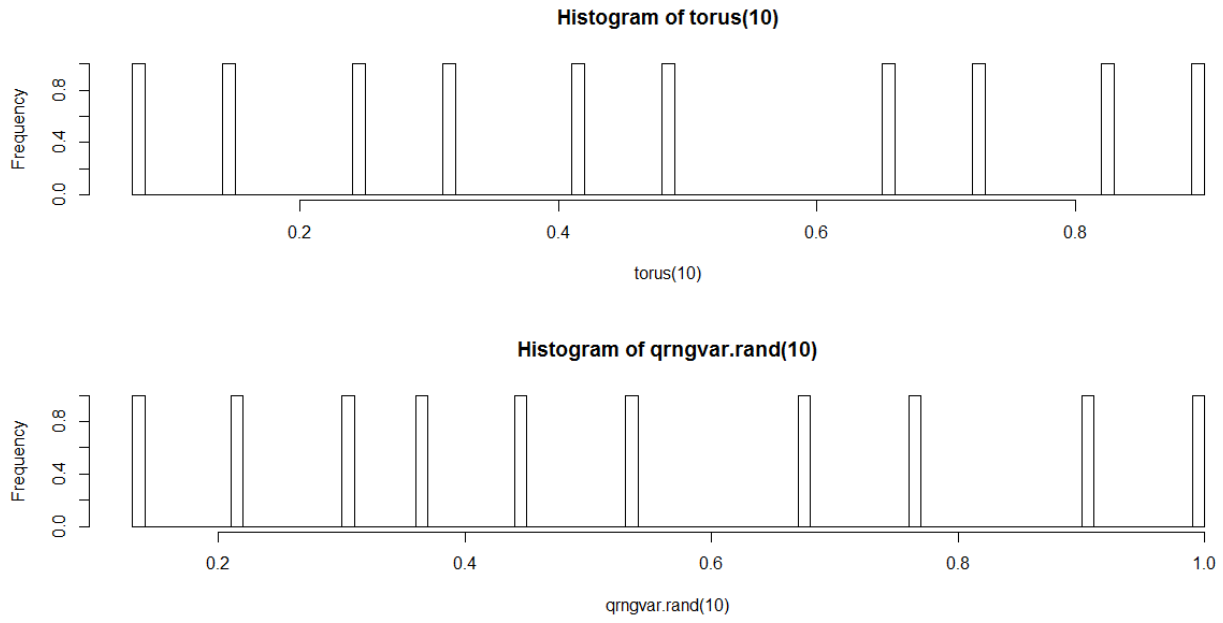


Figure 10 – sobol vs qrngvar.rand (10)

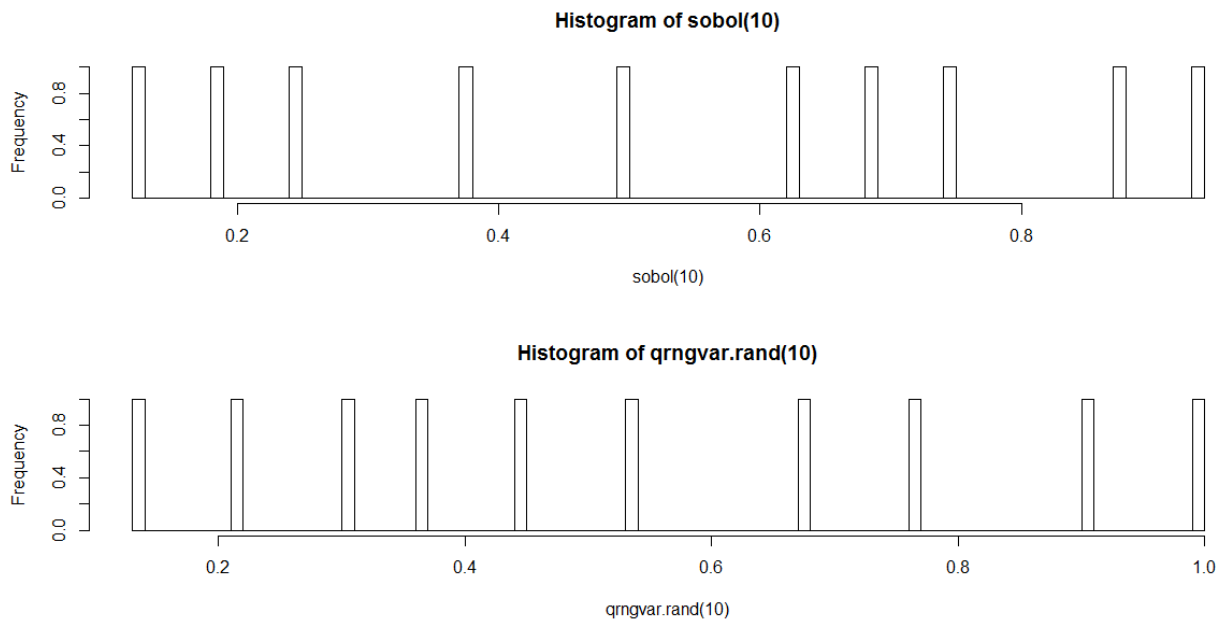


Figure 11 – halton vs qrngvar.rand (10)

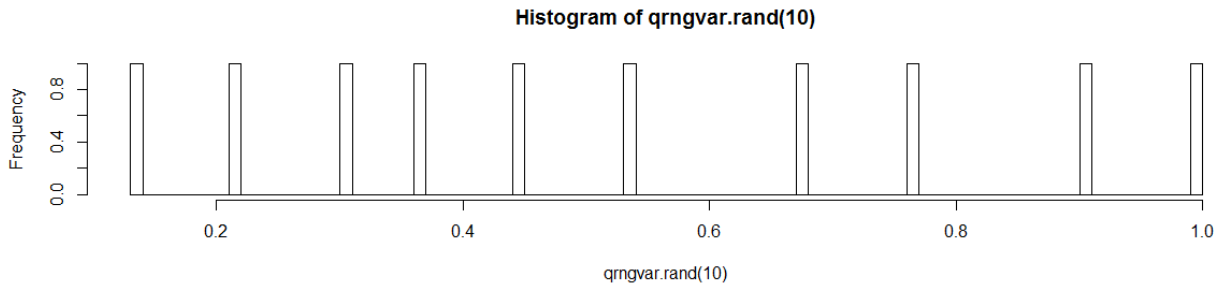
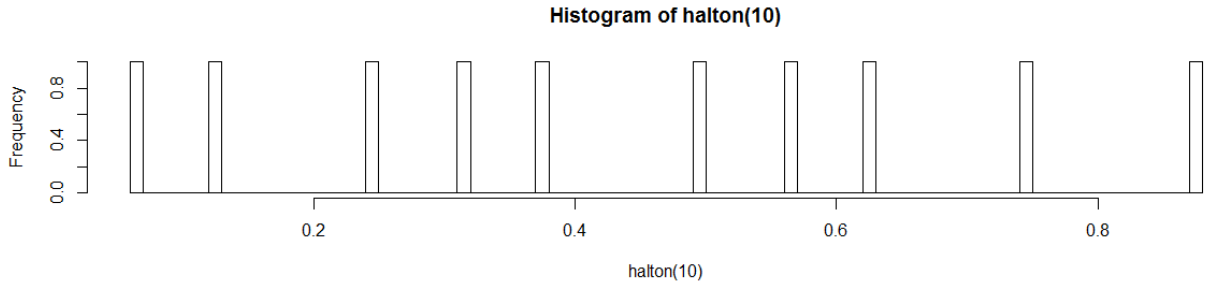


Figure 12 – SFMT vs qrngvar.rand (100)

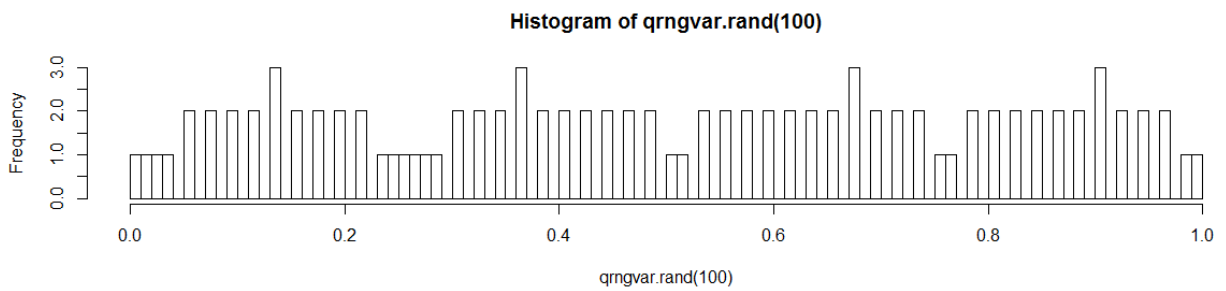
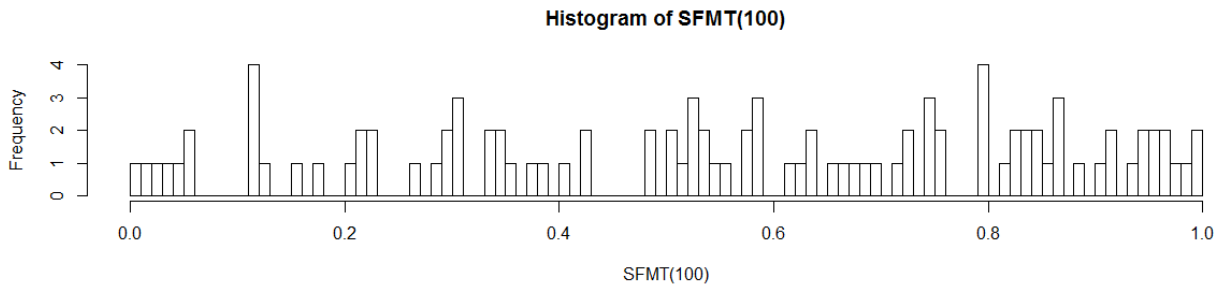


Figure 13 – torus vs qrngvar.rand (100)

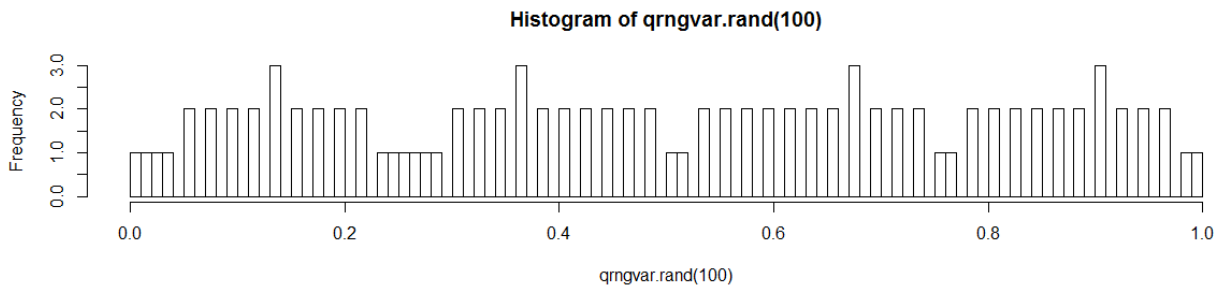
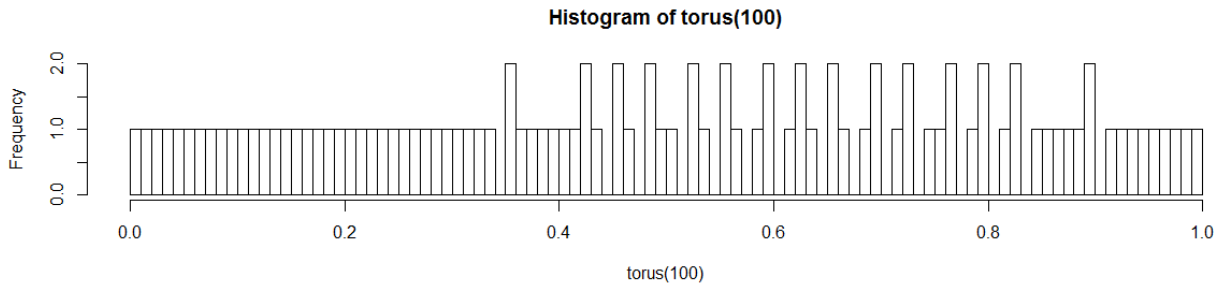


Figure 14 – sobol vs qrngvar.rand (100)

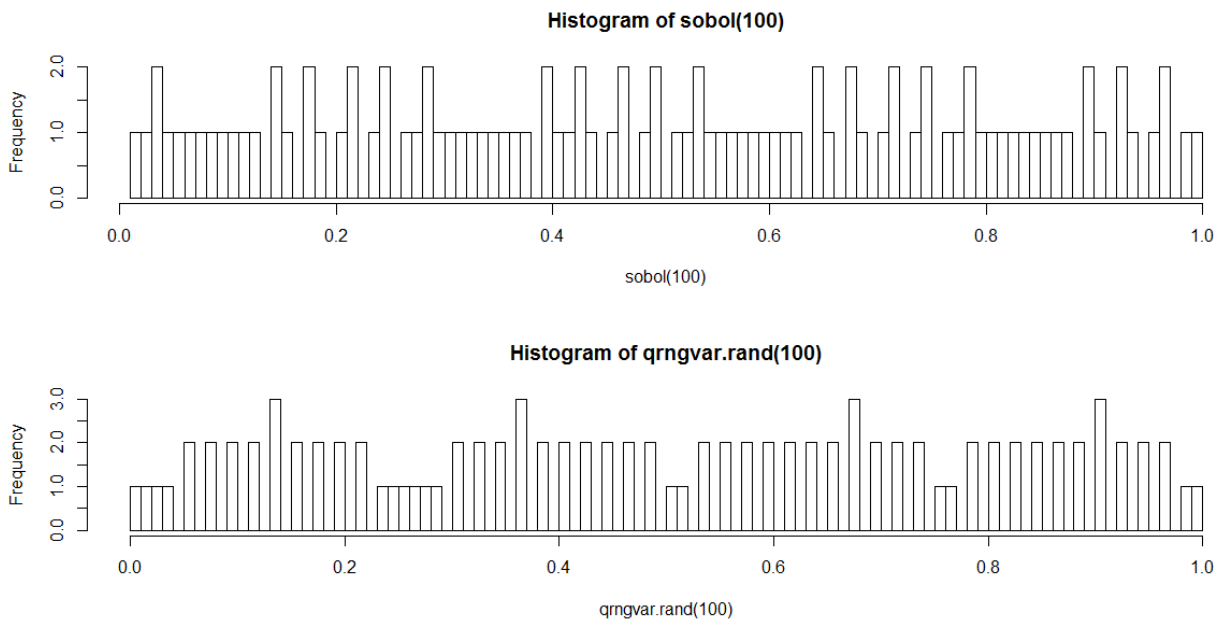


Figure 15 – halton vs qrngvar.rand (100)

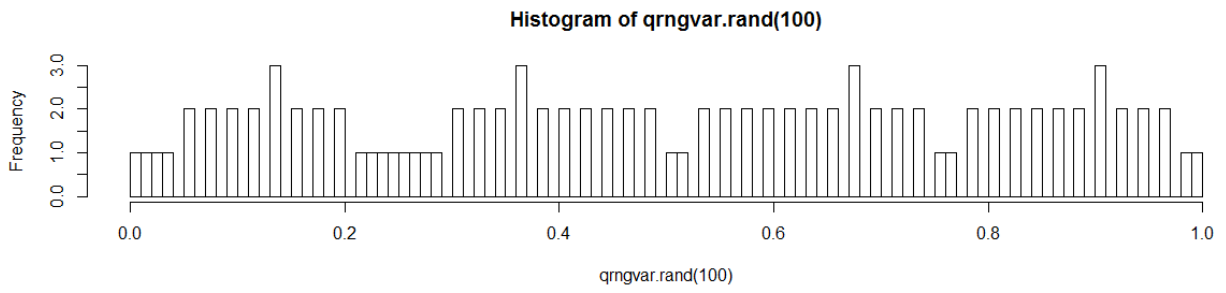
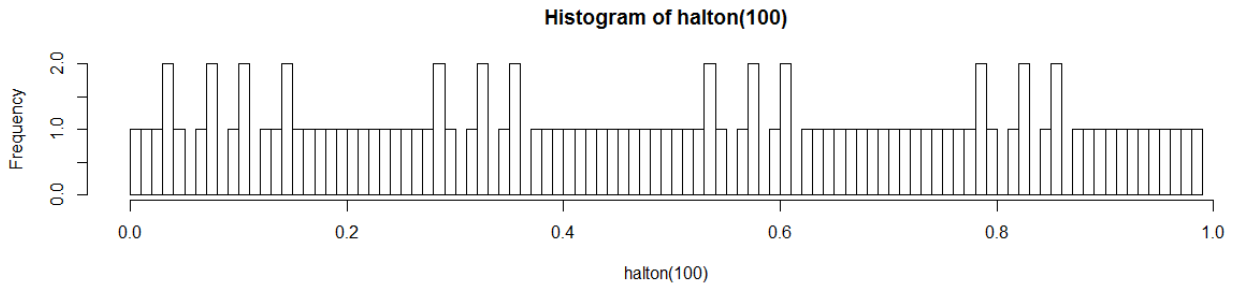


Figure 16 - SFMT vs qrngvar.rand (1000)

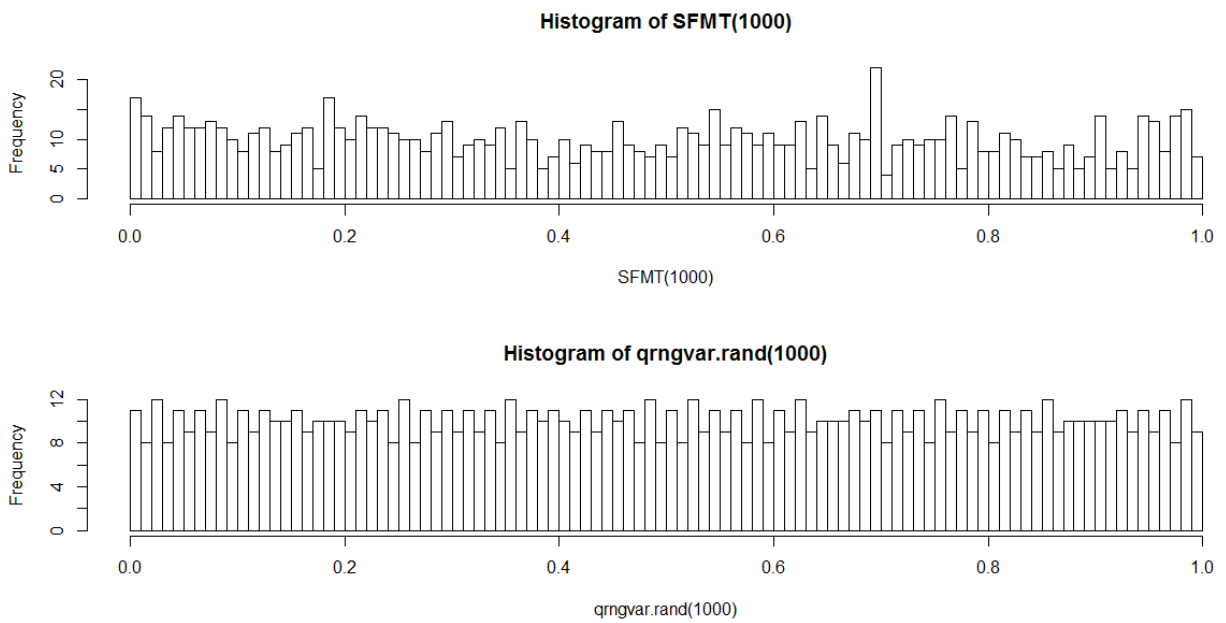


Figure 17 – torus vs qrngvar.rand (1000)

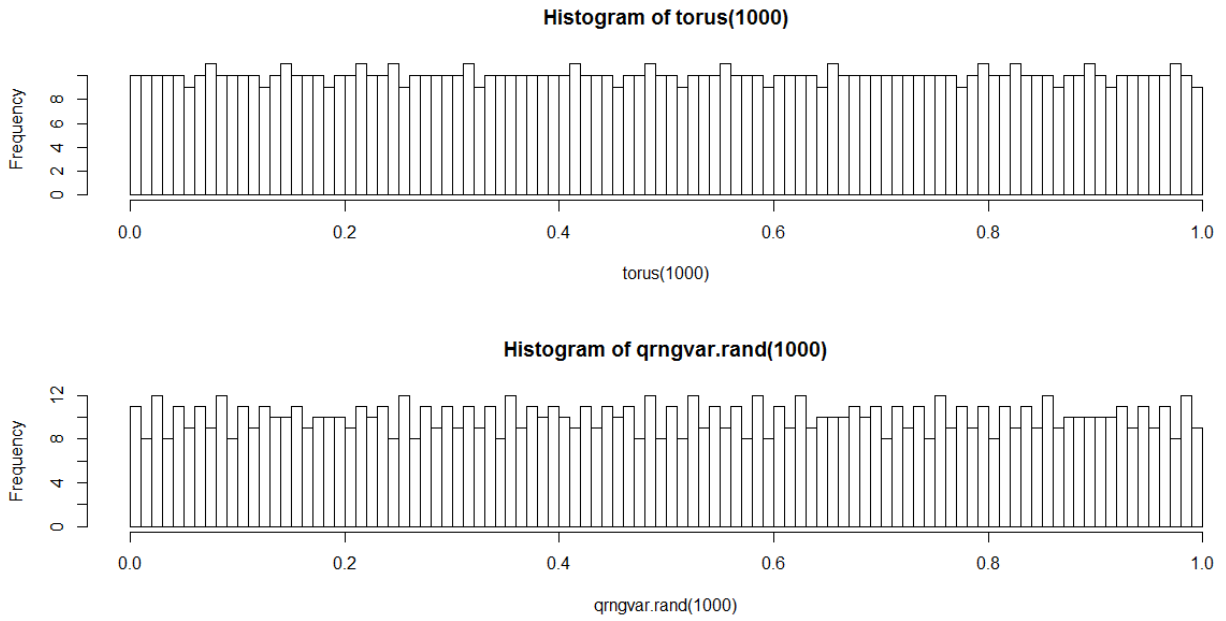


Figure 18 – sobol vs qrngvar.rand (1000)

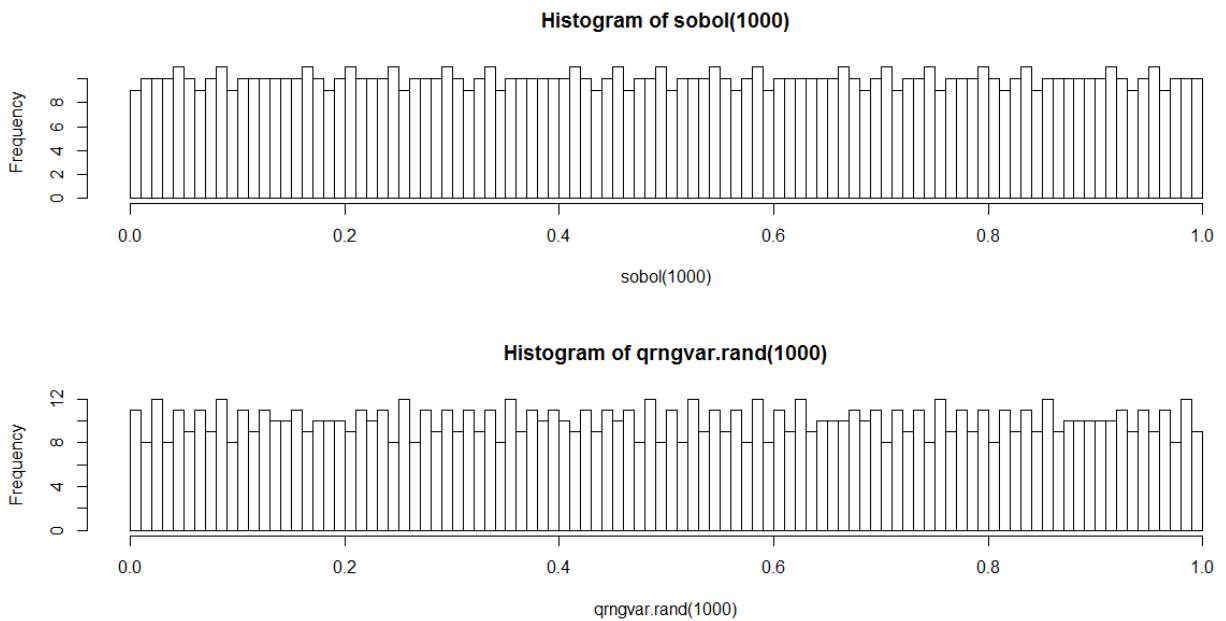


Figure 19 – halton vs qrngvar.rand (1000)

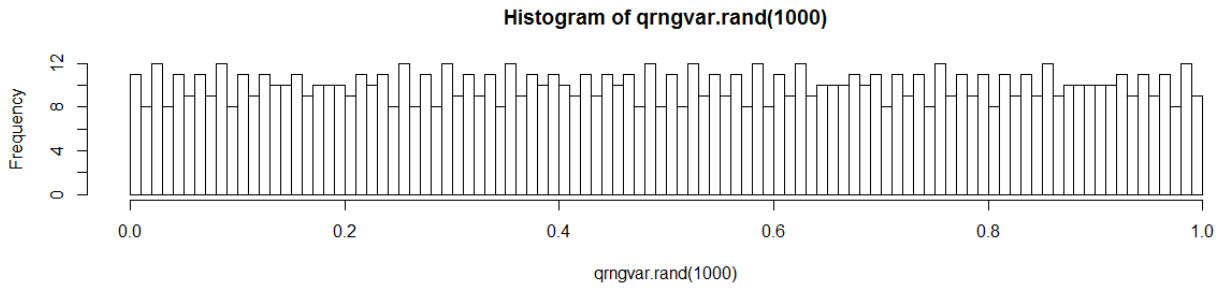
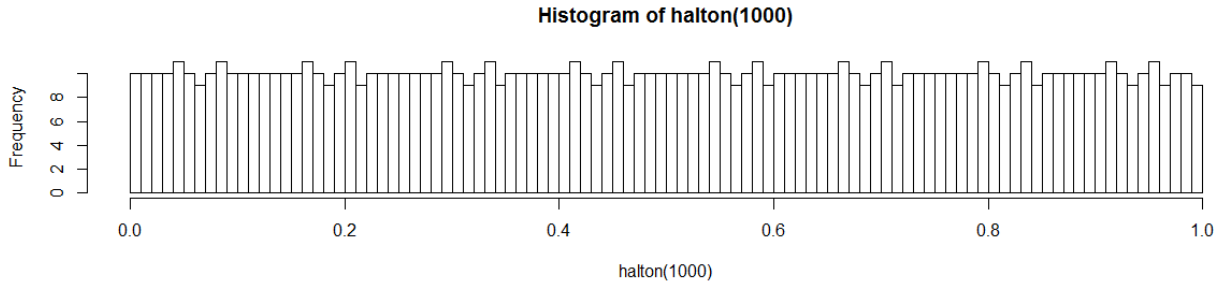


Figure 20 - SFMT vs qrngvar.rand (10000)

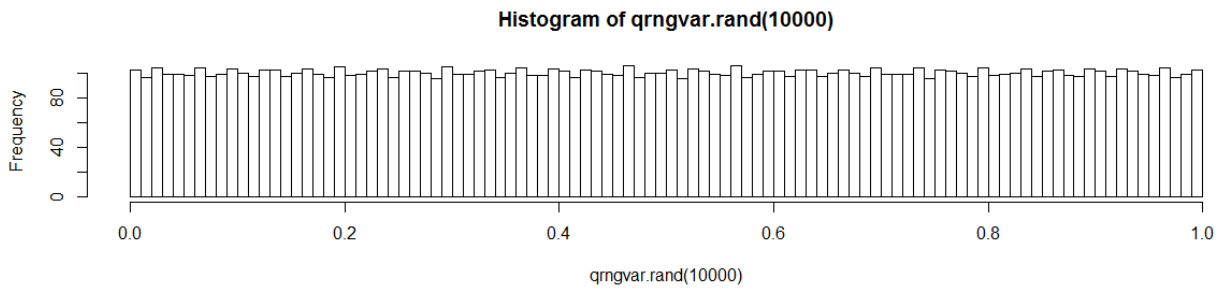
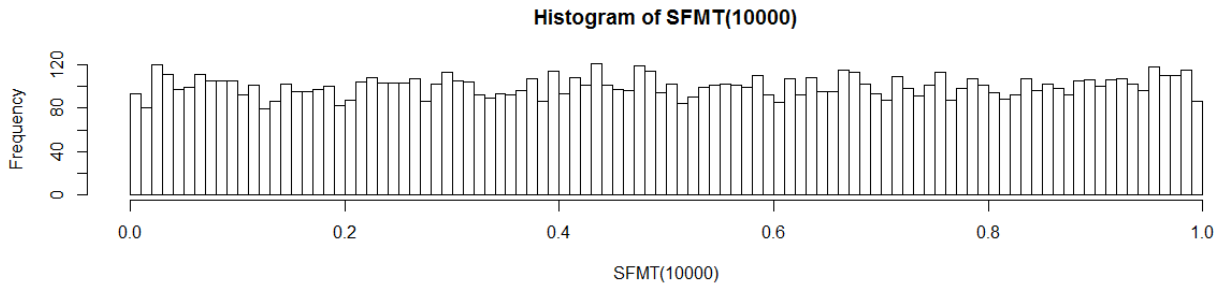


Figure 21 – torus vs qrngvar.rand (10000)

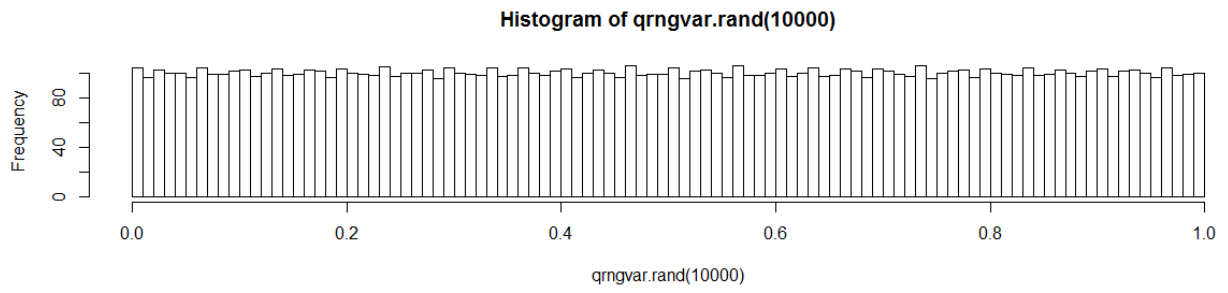
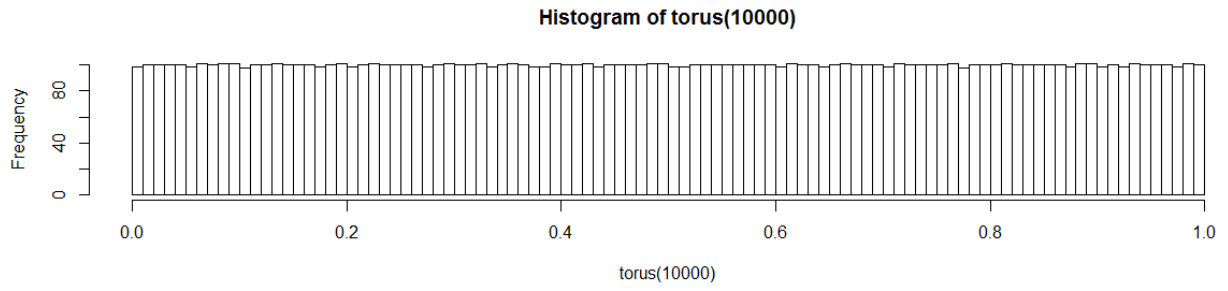


Figure 22 – sobol vs qrngvar.rand (10000)

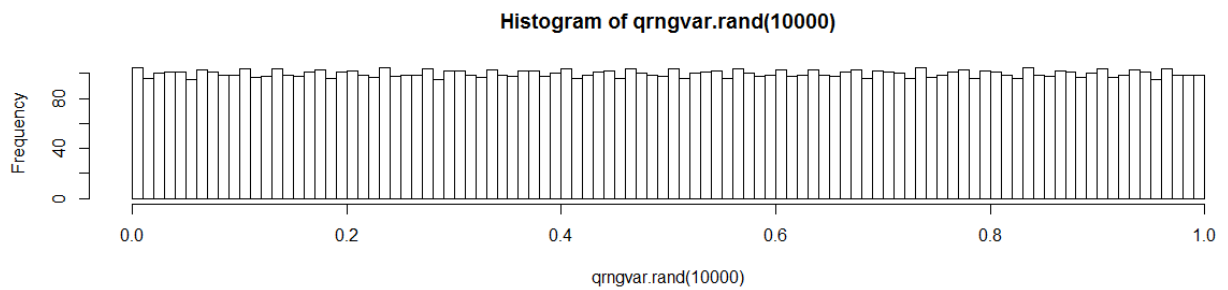
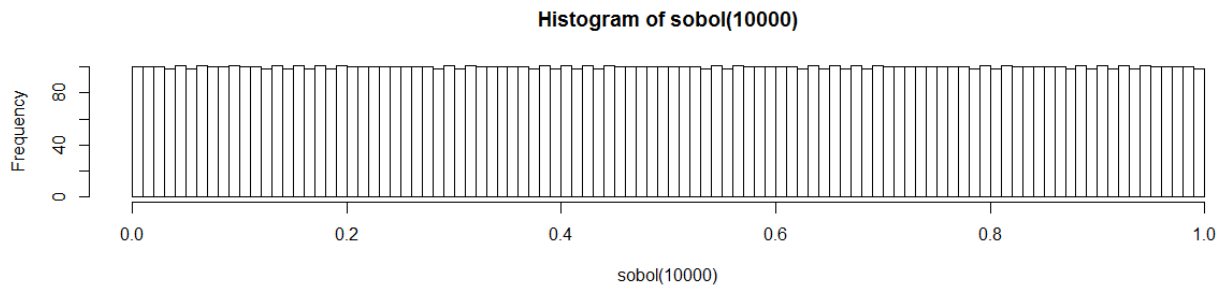


Figure 23 – halton vs qrngvar.rand (10000)

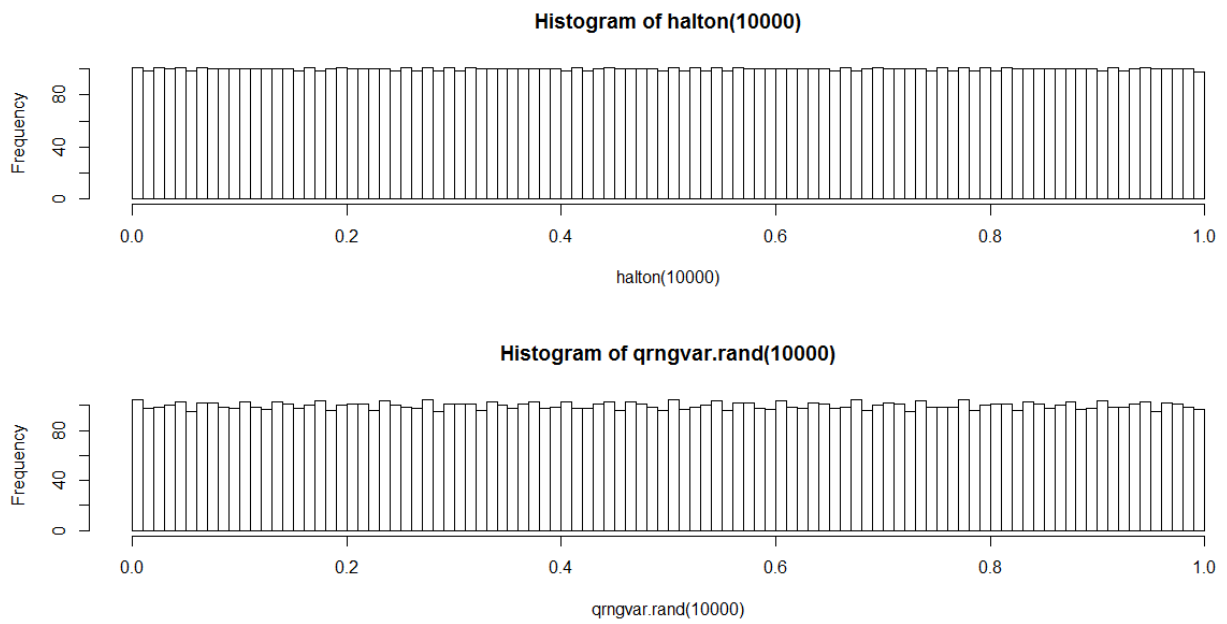


Figure 24 - SFMT vs qrngvar.rand (100000)

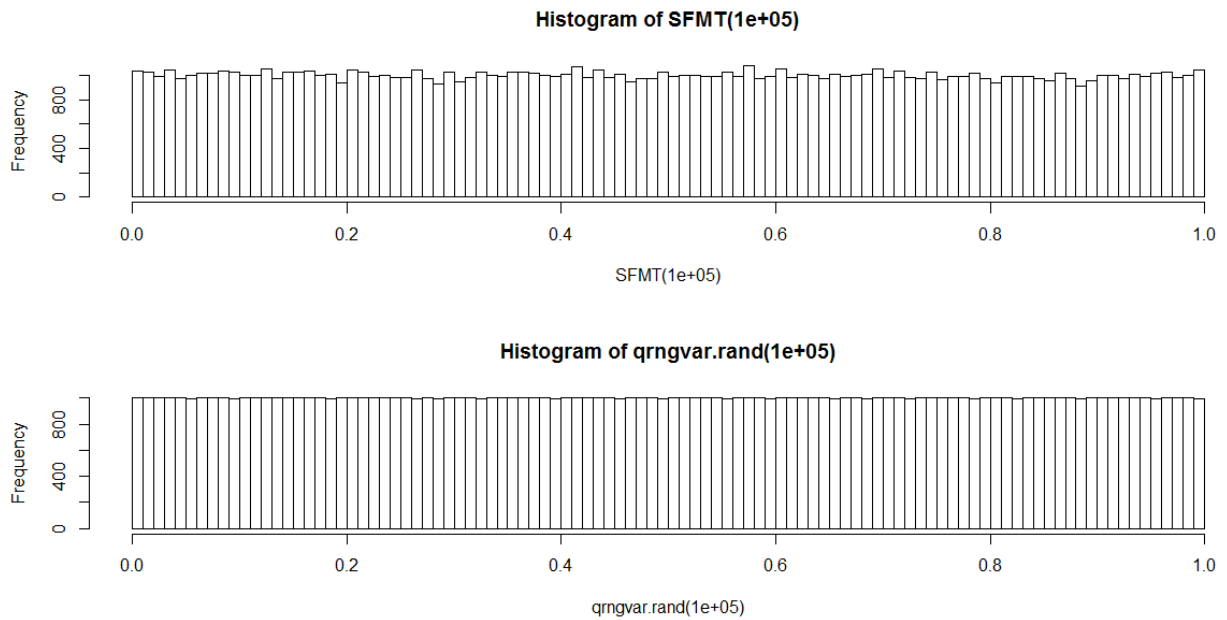


Figure 25 – torus vs qrngvar.rand (100000)

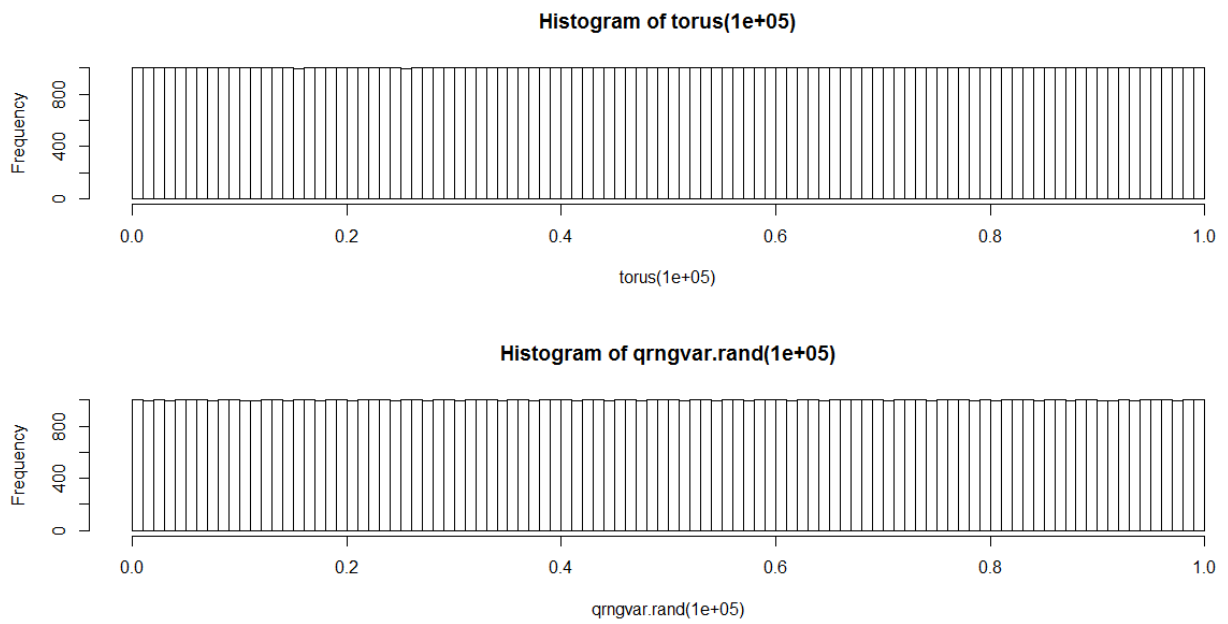


Figure 26 – sobol vs qrngvar.rand (100000)

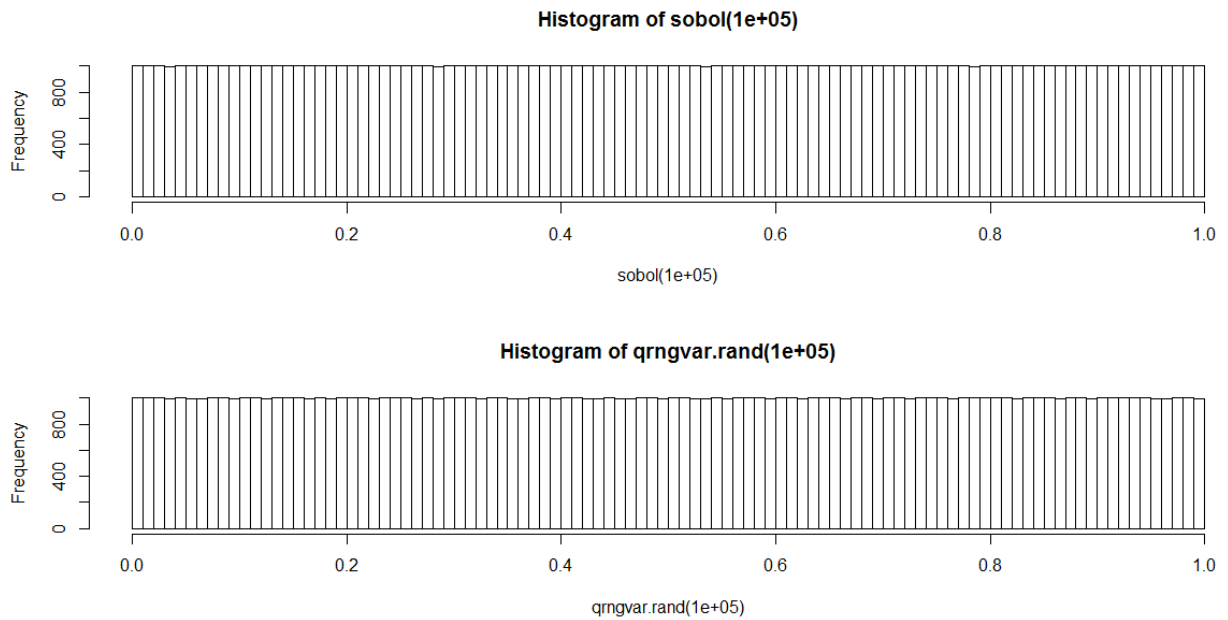


Figure 27 – halton vs qrngvar.rand (100000)

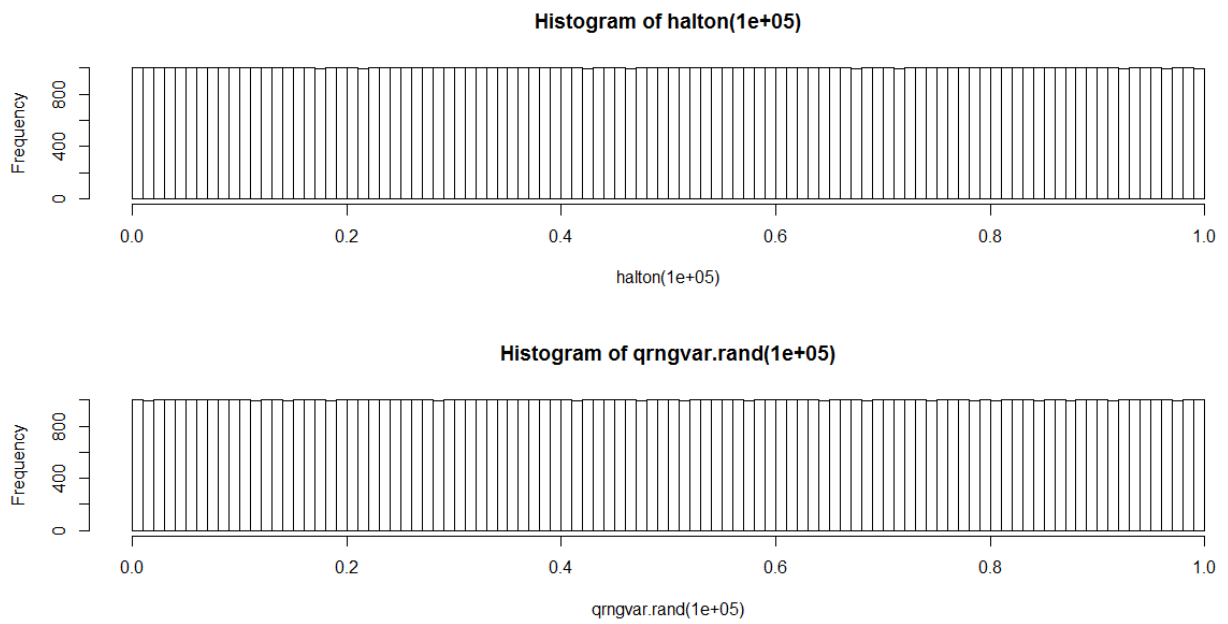


Figure 28 – SFMT vs qrngvar.rand (1000000)

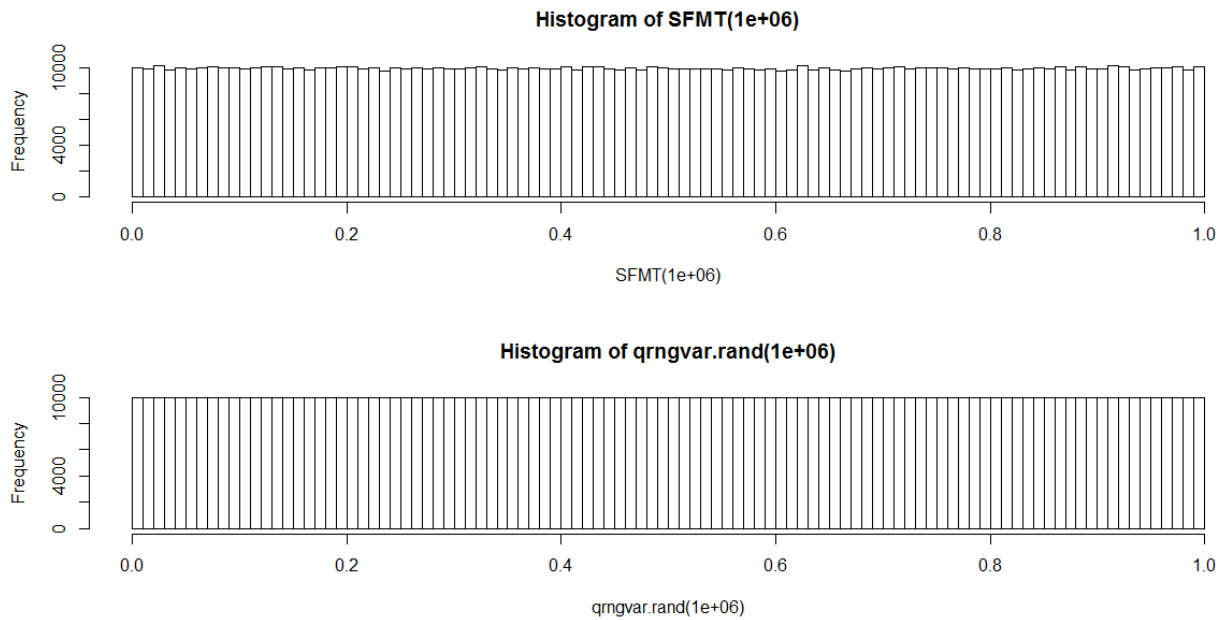


Figure 29 – torus vs qrngvar.rand (100000)

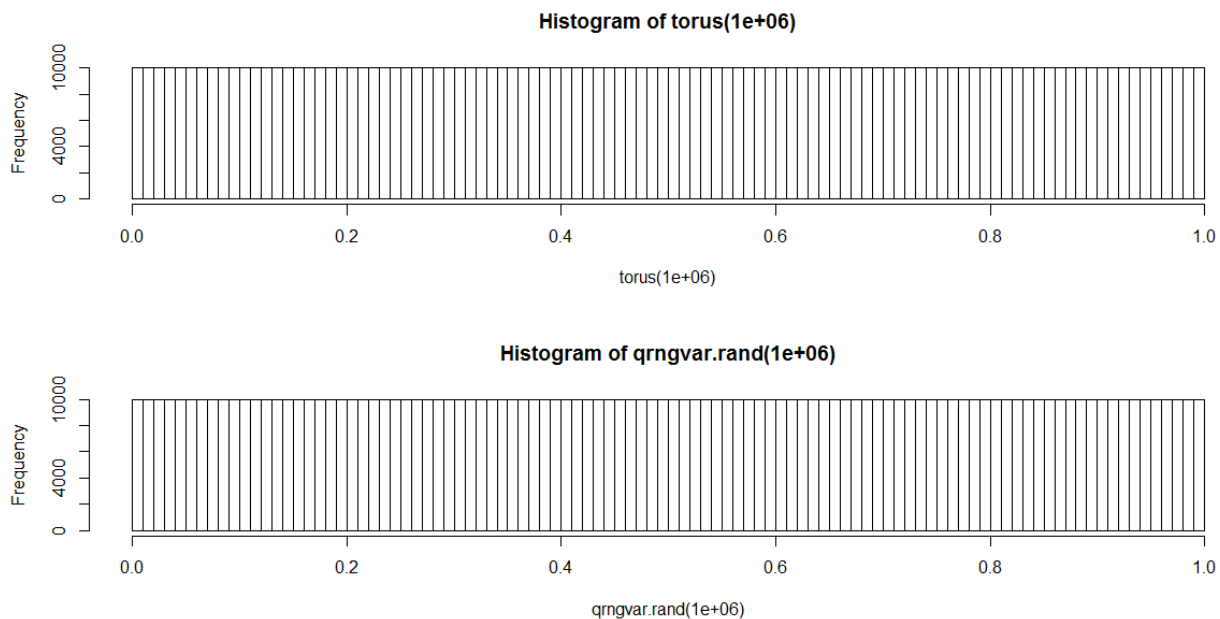


Figure 30 – sobol vs qrngvar.rand (100000)

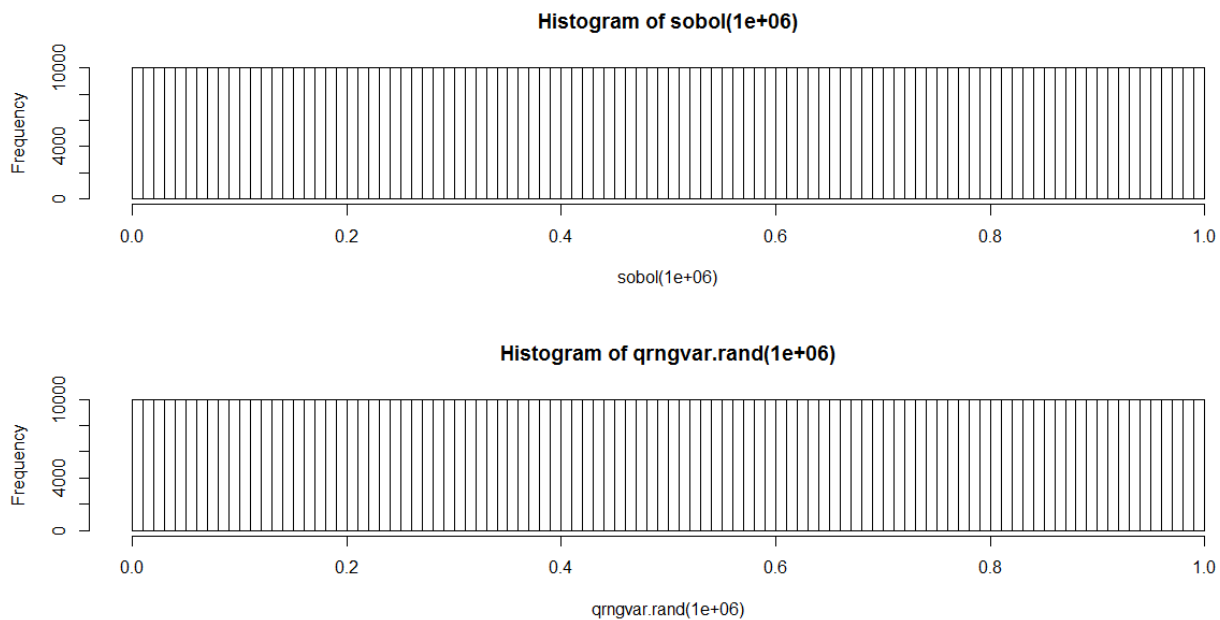
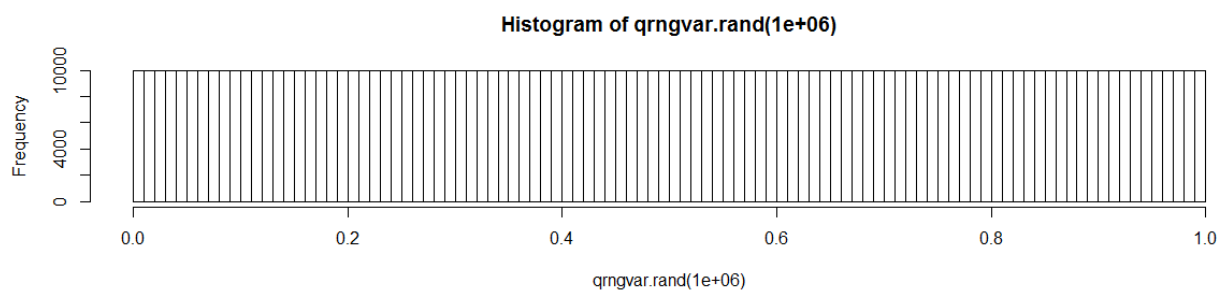
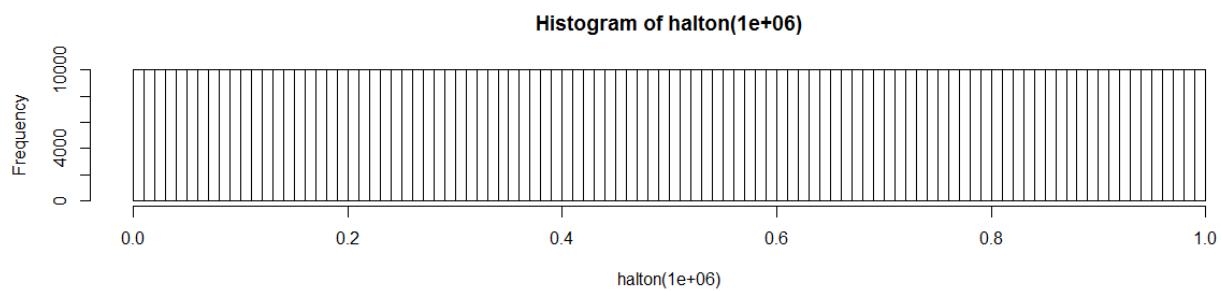


Figure 31 – halton vs qrngvar.rand (100000)



Appendix D - Some Test in comparison with torus algorithm

Kolmogorov Smirnov test (should be around 0.00019)

data: torus(1000)

D = 0.0016944, p-value = 1

alternative hypothesis: two-sided

data: qrngvar.rand(1000)

D = 0.0026143, p-value = 1

alternative hypothesis: two-sided

KS statistic (should be around 0.0003)

data: torus(10000)

D = 0.0002647, p-value = 1

alternative hypothesis: two-sided

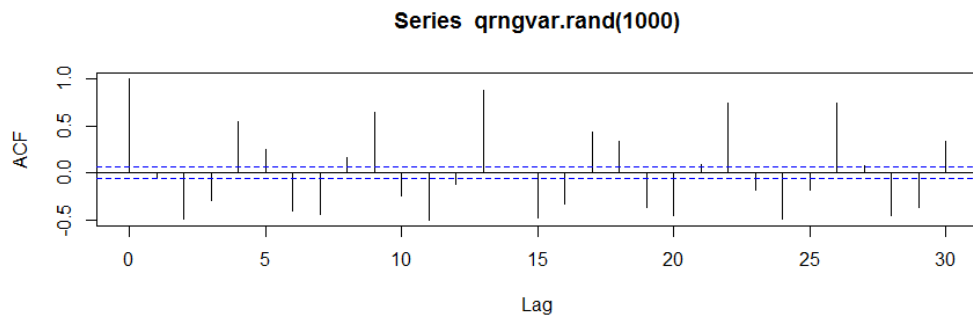
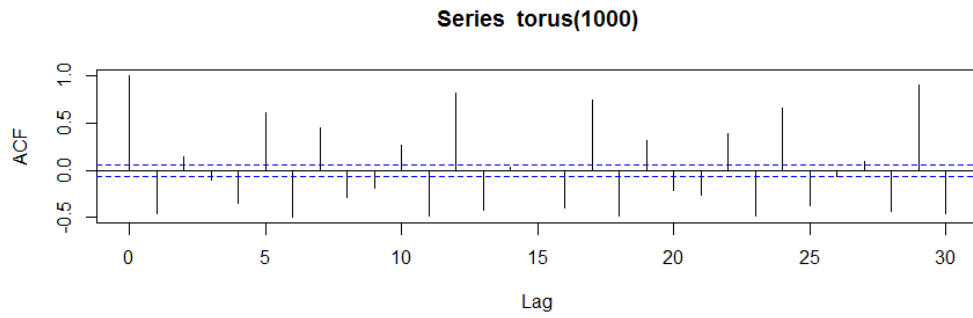
data: qrngvar.rand(10000)

D = 0.00062454, p-value = 1

alternative hypothesis: two-sided

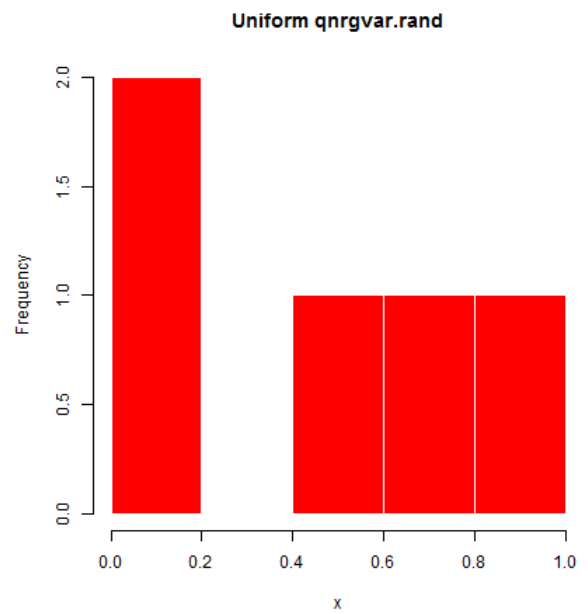
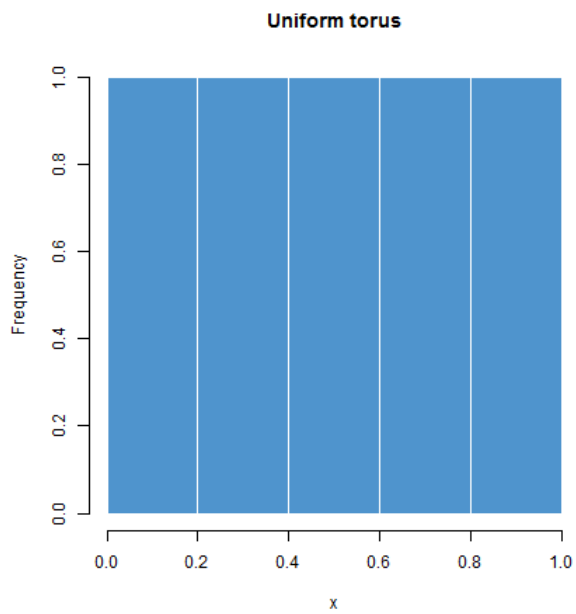
Let's see the autocorrelation function for both the method:

Figure 32 – ACF for torus and qrngvar.rand (sample:1000)

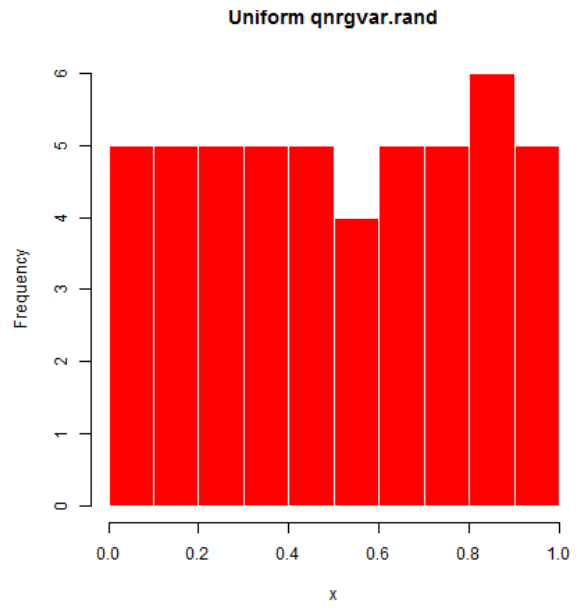
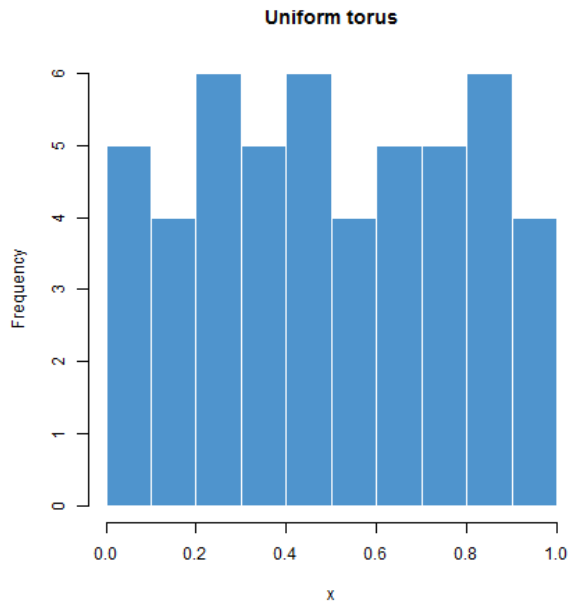


Some plots for $n=\{5:50:500:5000\}$

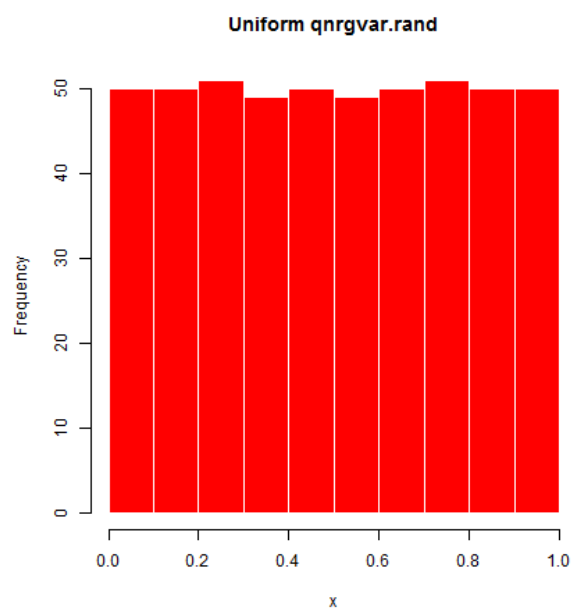
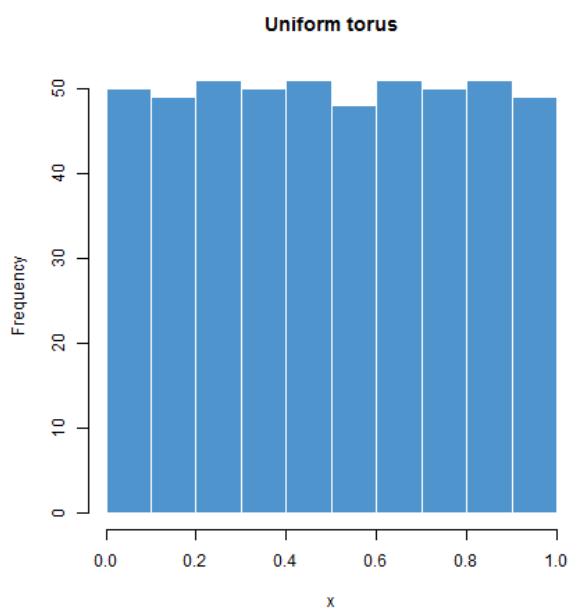
5



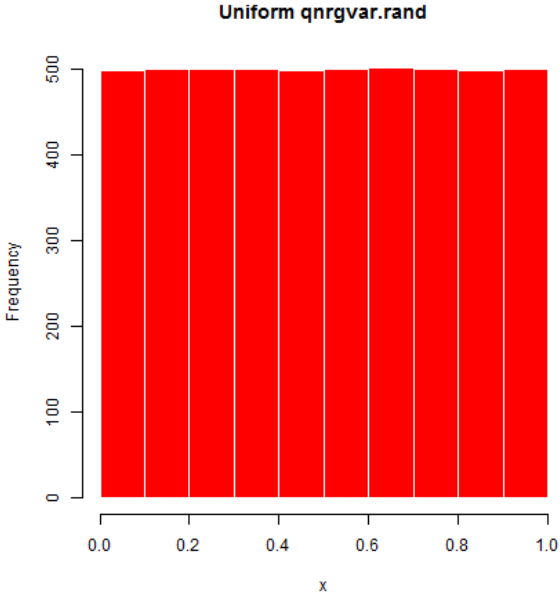
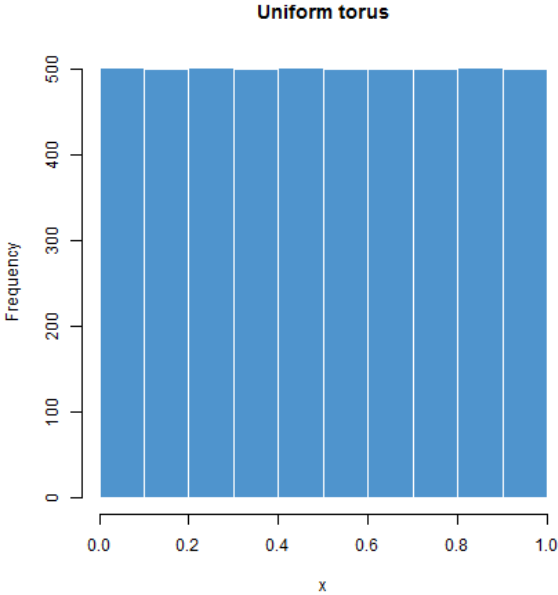
50



500



5000



Appendix E - Sequence of 1000 numbers from qnrgvar.rand, torus, sobol, halton & SFMT

	qnrgvar	torus	sobol	halton	SFMT
1	0,55786	0,41421	0,50000	0,50000	0,42055
2	0,32866	0,82843	0,75000	0,25000	0,68387
3	0,09945	0,24264	0,25000	0,75000	0,64972
4	0,87025	0,65685	0,37500	0,12500	0,17936
5	0,64105	0,07107	0,87500	0,62500	0,34597
6	0,41184	0,48528	0,62500	0,37500	0,66952
7	0,18264	0,89949	0,12500	0,87500	0,86534
8	0,95344	0,31371	0,18750	0,06250	0,64210
9	0,72423	0,72792	0,68750	0,56250	0,42360
10	0,49503	0,14214	0,93750	0,31250	0,60694
11	0,26583	0,55635	0,43750	0,81250	0,44944
12	0,03662	0,97056	0,31250	0,18750	0,28398
13	0,80742	0,38478	0,81250	0,68750	0,22779
14	0,57822	0,79899	0,56250	0,43750	0,36377
15	0,34901	0,21320	0,06250	0,93750	0,49332
16	0,11981	0,62742	0,09375	0,03125	0,43379
17	0,89061	0,04163	0,59375	0,53125	0,02437
18	0,66140	0,45584	0,84375	0,28125	0,78267
19	0,43220	0,87006	0,34375	0,78125	0,08788
20	0,20299	0,28427	0,46875	0,15625	0,09049
21	0,97379	0,69848	0,96875	0,65625	0,75056
22	0,74459	0,11270	0,71875	0,40625	0,23036
23	0,51538	0,52691	0,21875	0,90625	0,46406
24	0,28618	0,94113	0,15625	0,09375	0,80115
25	0,05698	0,35534	0,65625	0,59375	0,69961
26	0,82777	0,76955	0,90625	0,34375	0,89789
27	0,59857	0,18377	0,40625	0,84375	0,28393
28	0,36937	0,59798	0,28125	0,21875	0,03012
29	0,14016	0,01219	0,78125	0,71875	0,94865
30	0,91096	0,42641	0,53125	0,46875	0,12615
31	0,68176	0,84062	0,03125	0,96875	0,85298
32	0,45255	0,25483	0,04688	0,01563	0,11989
33	0,22335	0,66905	0,54688	0,51563	0,76310
34	0,99415	0,08326	0,79688	0,26563	0,37662
35	0,76494	0,49747	0,29688	0,76563	0,46077
36	0,53574	0,91169	0,42188	0,14063	0,54413
37	0,30654	0,32590	0,92188	0,64063	0,51475
38	0,07733	0,74012	0,67188	0,39063	0,32528
39	0,84813	0,15433	0,17188	0,89063	0,94855
40	0,61892	0,56854	0,23438	0,07813	0,80816
41	0,38972	0,98276	0,73438	0,57813	0,62308

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
42	0,16052	0,39697	0,98438	0,32813	0,08772
43	0,93132	0,81118	0,48438	0,82813	0,67069
44	0,70211	0,22540	0,35938	0,20313	0,53115
45	0,47291	0,63961	0,85938	0,70313	0,64457
46	0,24371	0,05382	0,60938	0,45313	0,55097
47	0,01450	0,46804	0,10938	0,95313	0,94291
48	0,78530	0,88225	0,07813	0,04688	0,72296
49	0,55610	0,29646	0,57813	0,54688	0,39326
50	0,32689	0,71068	0,82813	0,29688	0,19759
51	0,09769	0,12489	0,32813	0,79688	0,74990
52	0,86849	0,53911	0,45313	0,17188	0,22064
53	0,63928	0,95332	0,95313	0,67188	0,57053
54	0,41008	0,36753	0,70313	0,42188	0,67114
55	0,18087	0,78175	0,20313	0,92188	0,99128
56	0,95167	0,19596	0,14063	0,10938	0,92089
57	0,72247	0,61017	0,64063	0,60938	0,57955
58	0,49326	0,02439	0,89063	0,35938	0,11146
59	0,26406	0,43860	0,39063	0,85938	0,05868
60	0,03486	0,85281	0,26563	0,23438	0,42405
61	0,80565	0,26703	0,76563	0,73438	0,46272
62	0,57645	0,68124	0,51563	0,48438	0,12527
63	0,34725	0,09545	0,01563	0,98438	0,12143
64	0,11804	0,50967	0,02344	0,00781	0,62584
65	0,88884	0,92388	0,52344	0,50781	0,09561
66	0,65964	0,33810	0,77344	0,25781	0,19400
67	0,43043	0,75231	0,27344	0,75781	0,11105
68	0,20123	0,16652	0,39844	0,13281	0,30769
69	0,97203	0,58074	0,89844	0,63281	0,02618
70	0,74282	0,99495	0,64844	0,38281	0,98017
71	0,51362	0,40916	0,14844	0,88281	0,50710
72	0,28442	0,82338	0,21094	0,07031	0,52885
73	0,05521	0,23759	0,71094	0,57031	0,72722
74	0,82601	0,65180	0,96094	0,32031	0,48147
75	0,59680	0,06602	0,46094	0,82031	0,33883
76	0,36760	0,48023	0,33594	0,19531	0,50072
77	0,13840	0,89444	0,83594	0,69531	0,82367
78	0,90919	0,30866	0,58594	0,44531	0,04423
79	0,67999	0,72287	0,08594	0,94531	0,66760
80	0,45079	0,13708	0,11719	0,03906	0,77966
81	0,22158	0,55130	0,61719	0,53906	0,91119
82	0,99238	0,96551	0,86719	0,28906	0,79688
83	0,76318	0,37973	0,36719	0,78906	0,27210
84	0,53397	0,79394	0,49219	0,16406	0,43387

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
84	0,53397	0,79394	0,49219	0,16406	0,43387
85	0,30477	0,20815	0,99219	0,66406	0,88794
86	0,07557	0,62237	0,74219	0,41406	0,78189
87	0,84636	0,03658	0,24219	0,91406	0,87296
88	0,61716	0,45079	0,17969	0,10156	0,87550
89	0,38796	0,86501	0,67969	0,60156	0,33747
90	0,15875	0,27922	0,92969	0,35156	0,47884
91	0,92955	0,69343	0,42969	0,85156	0,32061
92	0,70034	0,10765	0,30469	0,22656	0,40072
93	0,47114	0,52186	0,80469	0,72656	0,53048
94	0,24194	0,93607	0,55469	0,47656	0,42257
95	0,01273	0,35029	0,05469	0,97656	0,46918
96	0,78353	0,76450	0,03906	0,02344	0,16569
97	0,55433	0,17872	0,53906	0,52344	0,90217
98	0,32512	0,59293	0,78906	0,27344	0,87107
99	0,09592	0,00714	0,28906	0,77344	0,03597
100	0,86672	0,42136	0,41406	0,14844	0,58257
101	0,63751	0,83557	0,91406	0,64844	0,04684
102	0,40831	0,24978	0,66406	0,39844	0,94538
103	0,17911	0,66400	0,16406	0,89844	0,05913
104	0,94990	0,07821	0,22656	0,08594	0,07850
105	0,72070	0,49242	0,72656	0,58594	0,12721
106	0,49150	0,90664	0,97656	0,33594	0,06145
107	0,26229	0,32085	0,47656	0,83594	0,33404
108	0,03309	0,73506	0,35156	0,21094	0,16445
109	0,80389	0,14928	0,85156	0,71094	0,70058
110	0,57468	0,56349	0,60156	0,46094	0,71360
111	0,34548	0,97771	0,10156	0,96094	0,04653
112	0,11627	0,39192	0,07031	0,05469	0,44037
113	0,88707	0,80613	0,57031	0,55469	0,93825
114	0,65787	0,22035	0,82031	0,30469	0,96759
115	0,42866	0,63456	0,32031	0,80469	0,98132
116	0,19946	0,04877	0,44531	0,17969	0,23362
117	0,97026	0,46299	0,94531	0,67969	0,27832
118	0,74105	0,87720	0,69531	0,42969	0,22491
119	0,51185	0,29141	0,19531	0,92969	0,49206
120	0,28265	0,70563	0,13281	0,11719	0,37027
121	0,05344	0,11984	0,63281	0,61719	0,06660
122	0,82424	0,53405	0,88281	0,36719	0,50013
123	0,59504	0,94827	0,38281	0,86719	0,23993
124	0,36583	0,36248	0,25781	0,24219	0,09278
125	0,13663	0,77670	0,75781	0,74219	0,99633
126	0,90743	0,19091	0,50781	0,49219	0,71986

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
127	0,67822	0,60512	0,00781	0,99219	0,81427
128	0,44902	0,01934	0,01172	0,00391	0,72569
129	0,21982	0,43355	0,51172	0,50391	0,08893
130	0,99061	0,84776	0,76172	0,25391	0,12206
131	0,76141	0,26198	0,26172	0,75391	0,16107
132	0,53220	0,67619	0,38672	0,12891	0,94925
133	0,30300	0,09040	0,88672	0,62891	0,34869
134	0,07380	0,50462	0,63672	0,37891	0,91378
135	0,84459	0,91883	0,13672	0,87891	0,96469
136	0,61539	0,33304	0,19922	0,06641	0,49001
137	0,38619	0,74726	0,69922	0,56641	0,19023
138	0,15698	0,16147	0,94922	0,31641	0,81912
139	0,92778	0,57569	0,44922	0,81641	0,85811
140	0,69858	0,98990	0,32422	0,19141	0,34731
141	0,46937	0,40411	0,82422	0,69141	0,75613
142	0,24017	0,81833	0,57422	0,44141	0,43958
143	0,01097	0,23254	0,07422	0,94141	0,22351
144	0,78176	0,64675	0,10547	0,03516	0,01464
145	0,55256	0,06097	0,60547	0,53516	0,51875
146	0,32336	0,47518	0,85547	0,28516	0,32348
147	0,09415	0,88939	0,35547	0,78516	0,17006
148	0,86495	0,30361	0,48047	0,16016	0,66447
149	0,63575	0,71782	0,98047	0,66016	0,68771
150	0,40654	0,13203	0,73047	0,41016	0,70882
151	0,17734	0,54625	0,23047	0,91016	0,49857
152	0,94813	0,96046	0,16797	0,09766	0,72816
153	0,71893	0,37468	0,66797	0,59766	0,68053
154	0,48973	0,78889	0,91797	0,34766	0,78765
155	0,26052	0,20310	0,41797	0,84766	0,55082
156	0,03132	0,61732	0,29297	0,22266	0,99940
157	0,80212	0,03153	0,79297	0,72266	0,96176
158	0,57291	0,44574	0,54297	0,47266	0,57142
159	0,34371	0,85996	0,04297	0,97266	0,84492
160	0,11451	0,27417	0,05859	0,01953	0,80508
161	0,88530	0,68838	0,55859	0,51953	0,97137
162	0,65610	0,10260	0,80859	0,26953	0,77518
163	0,42690	0,51681	0,30859	0,76953	0,14126
164	0,19769	0,93102	0,43359	0,14453	0,84276
165	0,96849	0,34524	0,93359	0,64453	0,68810
166	0,73929	0,75945	0,68359	0,39453	0,31804
167	0,51008	0,17366	0,18359	0,89453	0,16428
168	0,28088	0,58788	0,24609	0,08203	0,65743
169	0,05168	0,00209	0,74609	0,58203	0,55395

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
170	0,82247	0,41631	0,99609	0,33203	0,25749
171	0,59327	0,83052	0,49609	0,83203	0,29499
172	0,36406	0,24473	0,37109	0,20703	0,86057
173	0,13486	0,65895	0,87109	0,70703	0,31726
174	0,90566	0,07316	0,62109	0,45703	0,02242
175	0,67645	0,48737	0,12109	0,95703	0,90823
176	0,44725	0,90159	0,08984	0,05078	0,07212
177	0,21805	0,31580	0,58984	0,55078	0,82795
178	0,98884	0,73001	0,83984	0,30078	0,13438
179	0,75964	0,14423	0,33984	0,80078	0,64295
180	0,53044	0,55844	0,46484	0,17578	0,76317
181	0,30123	0,97265	0,96484	0,67578	0,07038
182	0,07203	0,38687	0,71484	0,42578	0,02417
183	0,84283	0,80108	0,21484	0,92578	0,64787
184	0,61362	0,21530	0,15234	0,11328	0,61987
185	0,38442	0,62951	0,65234	0,61328	0,19438
186	0,15522	0,04372	0,90234	0,36328	0,78566
187	0,92601	0,45794	0,40234	0,86328	0,98177
188	0,69681	0,87215	0,27734	0,23828	0,38628
189	0,46760	0,28636	0,77734	0,73828	0,57136
190	0,23840	0,70058	0,52734	0,48828	0,67754
191	0,00920	0,11479	0,02734	0,98828	0,43053
192	0,77999	0,52900	0,01953	0,01172	0,94433
193	0,55079	0,94322	0,51953	0,51172	0,66017
194	0,32159	0,35743	0,76953	0,26172	0,02497
195	0,09238	0,77164	0,26953	0,76172	0,58575
196	0,86318	0,18586	0,39453	0,13672	0,51528
197	0,63398	0,60007	0,89453	0,63672	0,61184
198	0,40477	0,01429	0,64453	0,38672	0,95506
199	0,17557	0,42850	0,14453	0,88672	0,24528
200	0,94637	0,84271	0,20703	0,07422	0,29005
201	0,71716	0,25693	0,70703	0,57422	0,65314
202	0,48796	0,67114	0,95703	0,32422	0,34965
203	0,25876	0,08535	0,45703	0,82422	0,56120
204	0,02955	0,49957	0,33203	0,19922	0,02452
205	0,80035	0,91378	0,83203	0,69922	0,05182
206	0,57115	0,32799	0,58203	0,44922	0,31374
207	0,34194	0,74221	0,08203	0,94922	0,01230
208	0,11274	0,15642	0,11328	0,04297	0,11046
209	0,88353	0,57063	0,61328	0,54297	0,71547
210	0,65433	0,98485	0,86328	0,29297	0,65427
211	0,42513	0,39906	0,36328	0,79297	0,81450
212	0,19592	0,81328	0,48828	0,16797	0,39489

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
213	0,96672	0,22749	0,98828	0,66797	0,54606
214	0,73752	0,64170	0,73828	0,41797	0,80283
215	0,50831	0,05592	0,23828	0,91797	0,56599
216	0,27911	0,47013	0,17578	0,10547	0,36190
217	0,04991	0,88434	0,67578	0,60547	0,38773
218	0,82070	0,29856	0,92578	0,35547	0,18829
219	0,59150	0,71277	0,42578	0,85547	0,05345
220	0,36230	0,12698	0,30078	0,23047	0,10097
221	0,13309	0,54120	0,80078	0,73047	0,72008
222	0,90389	0,95541	0,55078	0,48047	0,45580
223	0,67469	0,36962	0,05078	0,98047	0,17895
224	0,44548	0,78384	0,03516	0,02734	0,41862
225	0,21628	0,19805	0,53516	0,52734	0,65860
226	0,98708	0,61227	0,78516	0,27734	0,52091
227	0,75787	0,02648	0,28516	0,77734	0,99795
228	0,52867	0,44069	0,41016	0,15234	0,18231
229	0,29946	0,85491	0,91016	0,65234	0,39132
230	0,07026	0,26912	0,66016	0,40234	0,24042
231	0,84106	0,68333	0,16016	0,90234	0,30589
232	0,61185	0,09755	0,22266	0,08984	0,87460
233	0,38265	0,51176	0,72266	0,58984	0,75828
234	0,15345	0,92597	0,97266	0,33984	0,11854
235	0,92424	0,34019	0,47266	0,83984	0,68539
236	0,69504	0,75440	0,34766	0,21484	0,76658
237	0,46584	0,16861	0,84766	0,71484	0,11361
238	0,23663	0,58283	0,59766	0,46484	0,00061
239	0,00743	0,99704	0,09766	0,96484	0,87602
240	0,77823	0,41125	0,06641	0,05859	0,84503
241	0,54902	0,82547	0,56641	0,55859	0,27080
242	0,31982	0,23968	0,81641	0,30859	0,07586
243	0,09062	0,65390	0,31641	0,80859	0,91415
244	0,86141	0,06811	0,44141	0,18359	0,45736
245	0,63221	0,48232	0,94141	0,68359	0,82467
246	0,40301	0,89654	0,69141	0,43359	0,33833
247	0,17380	0,31075	0,19141	0,93359	0,00138
248	0,94460	0,72496	0,12891	0,12109	0,24777
249	0,71539	0,13918	0,62891	0,62109	0,16063
250	0,48619	0,55339	0,87891	0,37109	0,40979
251	0,25699	0,96760	0,37891	0,87109	0,63267
252	0,02778	0,38182	0,25391	0,24609	0,52944
253	0,79858	0,79603	0,75391	0,74609	0,11444
254	0,56938	0,21024	0,50391	0,49609	0,08455
255	0,34017	0,62446	0,00391	0,99609	0,07227

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
256	0,11097	0,03867	0,00586	0,00195	0,35304
257	0,88177	0,45289	0,50586	0,50195	0,34930
258	0,65256	0,86710	0,75586	0,25195	0,67835
259	0,42336	0,28131	0,25586	0,75195	0,28827
260	0,19416	0,69553	0,38086	0,12695	0,16681
261	0,96495	0,10974	0,88086	0,62695	0,92357
262	0,73575	0,52395	0,63086	0,37695	0,11308
263	0,50655	0,93817	0,13086	0,87695	0,66077
264	0,27734	0,35238	0,19336	0,06445	0,24213
265	0,04814	0,76659	0,69336	0,56445	0,67163
266	0,81893	0,18081	0,94336	0,31445	0,35417
267	0,58973	0,59502	0,44336	0,81445	0,41363
268	0,36053	0,00923	0,31836	0,18945	0,79235
269	0,13132	0,42345	0,81836	0,68945	0,87661
270	0,90212	0,83766	0,56836	0,43945	0,64468
271	0,67292	0,25188	0,06836	0,93945	0,51937
272	0,44371	0,66609	0,09961	0,03320	0,04504
273	0,21451	0,08030	0,59961	0,53320	0,34170
274	0,98531	0,49452	0,84961	0,28320	0,33474
275	0,75610	0,90873	0,34961	0,78320	0,79412
276	0,52690	0,32294	0,47461	0,15820	0,83504
277	0,29770	0,73716	0,97461	0,65820	0,45826
278	0,06849	0,15137	0,72461	0,40820	0,73069
279	0,83929	0,56558	0,22461	0,90820	0,62889
280	0,61009	0,97980	0,16211	0,09570	0,43558
281	0,38088	0,39401	0,66211	0,59570	0,35784
282	0,15168	0,80822	0,91211	0,34570	0,94663
283	0,92248	0,22244	0,41211	0,84570	0,16323
284	0,69327	0,63665	0,28711	0,22070	0,55550
285	0,46407	0,05087	0,78711	0,72070	0,22432
286	0,23486	0,46508	0,53711	0,47070	0,01517
287	0,00566	0,87929	0,03711	0,97070	0,83414
288	0,77646	0,29351	0,05273	0,01758	0,40829
289	0,54725	0,70772	0,55273	0,51758	0,64536
290	0,31805	0,12193	0,80273	0,26758	0,90520
291	0,08885	0,53615	0,30273	0,76758	0,66860
292	0,85964	0,95036	0,42773	0,14258	0,74986
293	0,63044	0,36457	0,92773	0,64258	0,79053
294	0,40124	0,77879	0,67773	0,39258	0,45847
295	0,17203	0,19300	0,17773	0,89258	0,89230
296	0,94283	0,60721	0,24023	0,08008	0,23009
297	0,71363	0,02143	0,74023	0,58008	0,72638
298	0,48442	0,43564	0,99023	0,33008	0,85314

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
299	0,25522	0,84986	0,49023	0,83008	0,25638
300	0,02602	0,26407	0,36523	0,20508	0,43766
301	0,79681	0,67828	0,86523	0,70508	0,20590
302	0,56761	0,09250	0,61523	0,45508	0,85492
303	0,33841	0,50671	0,11523	0,95508	0,19219
304	0,10920	0,92092	0,08398	0,04883	0,86906
305	0,88000	0,33514	0,58398	0,54883	0,76423
306	0,65079	0,74935	0,83398	0,29883	0,05899
307	0,42159	0,16356	0,33398	0,79883	0,40379
308	0,19239	0,57778	0,45898	0,17383	0,90373
309	0,96318	0,99199	0,95898	0,67383	0,00638
310	0,73398	0,40620	0,70898	0,42383	0,23660
311	0,50478	0,82042	0,20898	0,92383	0,11622
312	0,27557	0,23463	0,14648	0,11133	0,83098
313	0,04637	0,64885	0,64648	0,61133	0,81212
314	0,81717	0,06306	0,89648	0,36133	0,34720
315	0,58796	0,47727	0,39648	0,86133	0,71581
316	0,35876	0,89149	0,27148	0,23633	0,89019
317	0,12956	0,30570	0,77148	0,73633	0,85063
318	0,90035	0,71991	0,52148	0,48633	0,91903
319	0,67115	0,13413	0,02148	0,98633	0,27213
320	0,44195	0,54834	0,02930	0,00977	0,29266
321	0,21274	0,96255	0,52930	0,50977	0,76984
322	0,98354	0,37677	0,77930	0,25977	0,57906
323	0,75434	0,79098	0,27930	0,75977	0,05490
324	0,52513	0,20519	0,40430	0,13477	0,50438
325	0,29593	0,61941	0,90430	0,63477	0,25813
326	0,06672	0,03362	0,65430	0,38477	0,27894
327	0,83752	0,44783	0,15430	0,88477	0,23907
328	0,60832	0,86205	0,21680	0,07227	0,31821
329	0,37911	0,27626	0,71680	0,57227	0,15570
330	0,14991	0,69048	0,96680	0,32227	0,96859
331	0,92071	0,10469	0,46680	0,82227	0,68267
332	0,69150	0,51890	0,34180	0,19727	0,94642
333	0,46230	0,93312	0,84180	0,69727	0,43790
334	0,23310	0,34733	0,59180	0,44727	0,32148
335	0,00389	0,76154	0,09180	0,94727	0,54134
336	0,77469	0,17576	0,12305	0,04102	0,47015
337	0,54549	0,58997	0,62305	0,54102	0,35661
338	0,31628	0,00418	0,87305	0,29102	0,20128
339	0,08708	0,41840	0,37305	0,79102	0,48933
340	0,85788	0,83261	0,49805	0,16602	0,48657
341	0,62867	0,24682	0,99805	0,66602	0,42229

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
342	0,39947	0,66104	0,74805	0,41602	0,68491
343	0,17027	0,07525	0,24805	0,91602	0,13660
344	0,94106	0,48947	0,18555	0,10352	0,63375
345	0,71186	0,90368	0,68555	0,60352	0,90466
346	0,48265	0,31789	0,93555	0,35352	0,79646
347	0,25345	0,73211	0,43555	0,85352	0,09137
348	0,02425	0,14632	0,31055	0,22852	0,09276
349	0,79504	0,56053	0,81055	0,72852	0,19226
350	0,56584	0,97475	0,56055	0,47852	0,86093
351	0,33664	0,38896	0,06055	0,97852	0,89581
352	0,10743	0,80317	0,04492	0,02539	0,99253
353	0,87823	0,21739	0,54492	0,52539	0,62965
354	0,64903	0,63160	0,79492	0,27539	0,38761
355	0,41982	0,04581	0,29492	0,77539	0,90154
356	0,19062	0,46003	0,41992	0,15039	0,96439
357	0,96142	0,87424	0,91992	0,65039	0,13825
358	0,73221	0,28846	0,66992	0,40039	0,98816
359	0,50301	0,70267	0,16992	0,90039	0,68250
360	0,27381	0,11688	0,23242	0,08789	0,85630
361	0,04460	0,53110	0,73242	0,58789	0,62589
362	0,81540	0,94531	0,98242	0,33789	0,12247
363	0,58619	0,35952	0,48242	0,83789	0,94145
364	0,35699	0,77374	0,35742	0,21289	0,37050
365	0,12779	0,18795	0,85742	0,71289	0,57755
366	0,89858	0,60216	0,60742	0,46289	0,79767
367	0,66938	0,01638	0,10742	0,96289	0,05293
368	0,44018	0,43059	0,07617	0,05664	0,56226
369	0,21097	0,84480	0,57617	0,55664	0,46760
370	0,98177	0,25902	0,82617	0,30664	0,09015
371	0,75257	0,67323	0,32617	0,80664	0,72323
372	0,52336	0,08745	0,45117	0,18164	0,65973
373	0,29416	0,50166	0,95117	0,68164	0,07680
374	0,06496	0,91587	0,70117	0,43164	0,93049
375	0,83575	0,33009	0,20117	0,93164	0,17578
376	0,60655	0,74430	0,13867	0,11914	0,16580
377	0,37735	0,15851	0,63867	0,61914	0,96899
378	0,14814	0,57273	0,88867	0,36914	0,79566
379	0,91894	0,98694	0,38867	0,86914	0,65034
380	0,68974	0,40115	0,26367	0,24414	0,33528
381	0,46053	0,81537	0,76367	0,74414	0,65811
382	0,23133	0,22958	0,51367	0,49414	0,84194
383	0,00212	0,64379	0,01367	0,99414	0,96049
384	0,77292	0,05801	0,00977	0,00586	0,04913

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
385	0,54372	0,47222	0,50977	0,50586	0,54205
386	0,31451	0,88644	0,75977	0,25586	0,86886
387	0,08531	0,30065	0,25977	0,75586	0,17311
388	0,85611	0,71486	0,38477	0,13086	0,13586
389	0,62690	0,12908	0,88477	0,63086	0,73774
390	0,39770	0,54329	0,63477	0,38086	0,83189
391	0,16850	0,95750	0,13477	0,88086	0,66025
392	0,93929	0,37172	0,19727	0,06836	0,75947
393	0,71009	0,78593	0,69727	0,56836	0,08095
394	0,48089	0,20014	0,94727	0,31836	0,91017
395	0,25168	0,61436	0,44727	0,81836	0,22249
396	0,02248	0,02857	0,32227	0,19336	0,79162
397	0,79328	0,44278	0,82227	0,69336	0,04667
398	0,56407	0,85700	0,57227	0,44336	0,20055
399	0,33487	0,27121	0,07227	0,94336	0,05162
400	0,10567	0,68542	0,10352	0,03711	0,88930
401	0,87646	0,09964	0,60352	0,53711	0,20885
402	0,64726	0,51385	0,85352	0,28711	0,38602
403	0,41805	0,92807	0,35352	0,78711	0,27632
404	0,18885	0,34228	0,47852	0,16211	0,54352
405	0,95965	0,75649	0,97852	0,66211	0,50287
406	0,73044	0,17071	0,72852	0,41211	0,61472
407	0,50124	0,58492	0,22852	0,91211	0,91357
408	0,27204	0,99913	0,16602	0,09961	0,96056
409	0,04283	0,41335	0,66602	0,59961	0,08540
410	0,81363	0,82756	0,91602	0,34961	0,51698
411	0,58443	0,24177	0,41602	0,84961	0,50329
412	0,35522	0,65599	0,29102	0,22461	0,17548
413	0,12602	0,07020	0,79102	0,72461	0,97058
414	0,89682	0,48441	0,54102	0,47461	0,74623
415	0,66761	0,89863	0,04102	0,97461	0,26464
416	0,43841	0,31284	0,05664	0,02148	0,74521
417	0,20921	0,72706	0,55664	0,52148	0,97537
418	0,98000	0,14127	0,80664	0,27148	0,70795
419	0,75080	0,55548	0,30664	0,77148	0,99986
420	0,52160	0,96970	0,43164	0,14648	0,41151
421	0,29239	0,38391	0,93164	0,64648	0,50966
422	0,06319	0,79812	0,68164	0,39648	0,57615
423	0,83398	0,21234	0,18164	0,89648	0,32764
424	0,60478	0,62655	0,24414	0,08398	0,05595
425	0,37558	0,04076	0,74414	0,58398	0,25717
426	0,14637	0,45498	0,99414	0,33398	0,34629
427	0,91717	0,86919	0,49414	0,83398	0,01955

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
428	0,68797	0,28340	0,36914	0,20898	0,30290
429	0,45876	0,69762	0,86914	0,70898	0,88745
430	0,22956	0,11183	0,61914	0,45898	0,46008
431	0,00036	0,52605	0,11914	0,95898	0,74278
432	0,77115	0,94026	0,08789	0,05273	0,16995
433	0,54195	0,35447	0,58789	0,55273	0,74499
434	0,31275	0,76869	0,83789	0,30273	0,79111
435	0,08354	0,18290	0,33789	0,80273	0,74111
436	0,85434	0,59711	0,46289	0,17773	0,89750
437	0,62514	0,01133	0,96289	0,67773	0,46917
438	0,39593	0,42554	0,71289	0,42773	0,28165
439	0,16673	0,83975	0,21289	0,92773	0,66446
440	0,93752	0,25397	0,15039	0,11523	0,11908
441	0,70832	0,66818	0,65039	0,61523	0,12486
442	0,47912	0,08239	0,90039	0,36523	0,46500
443	0,24991	0,49661	0,40039	0,86523	0,19352
444	0,02071	0,91082	0,27539	0,24023	0,94364
445	0,79151	0,32504	0,77539	0,74023	0,12774
446	0,56230	0,73925	0,52539	0,49023	0,99740
447	0,33310	0,15346	0,02539	0,99023	0,89837
448	0,10390	0,56768	0,01758	0,01367	0,37600
449	0,87469	0,98189	0,51758	0,51367	0,22140
450	0,64549	0,39610	0,76758	0,26367	0,06355
451	0,41629	0,81032	0,26758	0,76367	0,72800
452	0,18708	0,22453	0,39258	0,13867	0,57057
453	0,95788	0,63874	0,89258	0,63867	0,39118
454	0,72868	0,05296	0,64258	0,38867	0,68992
455	0,49947	0,46717	0,14258	0,88867	0,89926
456	0,27027	0,88138	0,20508	0,07617	0,39365
457	0,04107	0,29560	0,70508	0,57617	0,64806
458	0,81186	0,70981	0,95508	0,32617	0,10520
459	0,58266	0,12403	0,45508	0,82617	0,54436
460	0,35345	0,53824	0,33008	0,20117	0,02021
461	0,12425	0,95245	0,83008	0,70117	0,81125
462	0,89505	0,36667	0,58008	0,45117	0,56661
463	0,66584	0,78088	0,08008	0,95117	0,68341
464	0,43664	0,19509	0,11133	0,04492	0,07534
465	0,20744	0,60931	0,61133	0,54492	0,39974
466	0,97823	0,02352	0,86133	0,29492	0,79482
467	0,74903	0,43773	0,36133	0,79492	0,80995
468	0,51983	0,85195	0,48633	0,16992	0,13742
469	0,29062	0,26616	0,98633	0,66992	0,13572
470	0,06142	0,68037	0,73633	0,41992	0,54880

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
471	0,83222	0,09459	0,23633	0,91992	0,04111
472	0,60301	0,50880	0,17383	0,10742	0,21232
473	0,37381	0,92302	0,67383	0,60742	0,08514
474	0,14461	0,33723	0,92383	0,35742	0,07207
475	0,91540	0,75144	0,42383	0,85742	0,08184
476	0,68620	0,16566	0,29883	0,23242	0,71542
477	0,45700	0,57987	0,79883	0,73242	0,73313
478	0,22779	0,99408	0,54883	0,48242	0,45561
479	0,99859	0,40830	0,04883	0,98242	0,48235
480	0,76938	0,82251	0,03320	0,02930	0,58952
481	0,54018	0,23672	0,53320	0,52930	0,71894
482	0,31098	0,65094	0,78320	0,27930	0,70336
483	0,08177	0,06515	0,28320	0,77930	0,56171
484	0,85257	0,47936	0,40820	0,15430	0,02171
485	0,62337	0,89358	0,90820	0,65430	0,80166
486	0,39416	0,30779	0,65820	0,40430	0,38074
487	0,16496	0,72200	0,15820	0,90430	0,08503
488	0,93576	0,13622	0,22070	0,09180	0,26302
489	0,70655	0,55043	0,72070	0,59180	0,63841
490	0,47735	0,96465	0,97070	0,34180	0,58999
491	0,24815	0,37886	0,47070	0,84180	0,58169
492	0,01894	0,79307	0,34570	0,21680	0,67997
493	0,78974	0,20729	0,84570	0,71680	0,97881
494	0,56054	0,62150	0,59570	0,46680	0,56104
495	0,33133	0,03571	0,09570	0,96680	0,55933
496	0,10213	0,44993	0,06445	0,06055	0,95531
497	0,87293	0,86414	0,56445	0,56055	0,27503
498	0,64372	0,27835	0,81445	0,31055	0,39268
499	0,41452	0,69257	0,31445	0,81055	0,69135
500	0,18531	0,10678	0,43945	0,18555	0,89884
501	0,95611	0,52099	0,93945	0,68555	0,98498
502	0,72691	0,93521	0,68945	0,43555	0,51232
503	0,49770	0,34942	0,18945	0,93555	0,55454
504	0,26850	0,76364	0,12695	0,12305	0,03372
505	0,03930	0,17785	0,62695	0,62305	0,88120
506	0,81009	0,59206	0,87695	0,37305	0,61047
507	0,58089	0,00628	0,37695	0,87305	0,53998
508	0,35169	0,42049	0,25195	0,24805	0,36802
509	0,12248	0,83470	0,75195	0,74805	0,76310
510	0,89328	0,24892	0,50195	0,49805	0,30431
511	0,66408	0,66313	0,00195	0,99805	0,37102
512	0,43487	0,07734	0,00293	0,00098	0,11645
513	0,20567	0,49156	0,50293	0,50098	0,78478

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
514	0,97647	0,90577	0,75293	0,25098	0,22350
515	0,74726	0,31998	0,25293	0,75098	0,20226
516	0,51806	0,73420	0,37793	0,12598	0,23323
517	0,28886	0,14841	0,87793	0,62598	0,99970
518	0,05965	0,56263	0,62793	0,37598	0,27714
519	0,83045	0,97684	0,12793	0,87598	0,33408
520	0,60124	0,39105	0,19043	0,06348	0,08685
521	0,37204	0,80527	0,69043	0,56348	0,85848
522	0,14284	0,21948	0,94043	0,31348	0,08679
523	0,91363	0,63369	0,44043	0,81348	0,78396
524	0,68443	0,04791	0,31543	0,18848	0,88137
525	0,45523	0,46212	0,81543	0,68848	0,52529
526	0,22602	0,87633	0,56543	0,43848	0,09144
527	0,99682	0,29055	0,06543	0,93848	0,01761
528	0,76762	0,70476	0,09668	0,03223	0,23631
529	0,53841	0,11897	0,59668	0,53223	0,32690
530	0,30921	0,53319	0,84668	0,28223	0,88175
531	0,08001	0,94740	0,34668	0,78223	0,76632
532	0,85080	0,36162	0,47168	0,15723	0,11485
533	0,62160	0,77583	0,97168	0,65723	0,56035
534	0,39240	0,19004	0,72168	0,40723	0,36331
535	0,16319	0,60426	0,22168	0,90723	0,30813
536	0,93399	0,01847	0,15918	0,09473	0,19467
537	0,70478	0,43268	0,65918	0,59473	0,92119
538	0,47558	0,84690	0,90918	0,34473	0,77334
539	0,24638	0,26111	0,40918	0,84473	0,45429
540	0,01717	0,67532	0,28418	0,21973	0,89204
541	0,78797	0,08954	0,78418	0,71973	0,23365
542	0,55877	0,50375	0,53418	0,46973	0,67160
543	0,32956	0,91796	0,03418	0,96973	0,75295
544	0,10036	0,33218	0,04980	0,01660	0,80599
545	0,87116	0,74639	0,54980	0,51660	0,11446
546	0,64195	0,16061	0,79980	0,26660	0,28437
547	0,41275	0,57482	0,29980	0,76660	0,17789
548	0,18355	0,98903	0,42480	0,14160	0,03547
549	0,95434	0,40325	0,92480	0,64160	0,90087
550	0,72514	0,81746	0,67480	0,39160	0,11759
551	0,49594	0,23167	0,17480	0,89160	0,94284
552	0,26673	0,64589	0,23730	0,07910	0,53226
553	0,03753	0,06010	0,73730	0,57910	0,11553
554	0,80833	0,47431	0,98730	0,32910	0,90683
555	0,57912	0,88853	0,48730	0,82910	0,07644
556	0,34992	0,30274	0,36230	0,20410	0,37910

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
557	0,12071	0,71695	0,86230	0,70410	0,35297
558	0,89151	0,13117	0,61230	0,45410	0,58713
559	0,66231	0,54538	0,11230	0,95410	0,28615
560	0,43310	0,95959	0,08105	0,04785	0,10656
561	0,20390	0,37381	0,58105	0,54785	0,63186
562	0,97470	0,78802	0,83105	0,29785	0,43862
563	0,74549	0,20224	0,33105	0,79785	0,50663
564	0,51629	0,61645	0,45605	0,17285	0,23887
565	0,28709	0,03066	0,95605	0,67285	0,84216
566	0,05788	0,44488	0,70605	0,42285	0,84448
567	0,82868	0,85909	0,20605	0,92285	0,50054
568	0,59948	0,27330	0,14355	0,11035	0,98331
569	0,37027	0,68752	0,64355	0,61035	0,47566
570	0,14107	0,10173	0,89355	0,36035	0,67985
571	0,91187	0,51594	0,39355	0,86035	0,60715
572	0,68266	0,93016	0,26855	0,23535	0,78252
573	0,45346	0,34437	0,76855	0,73535	0,08879
574	0,22426	0,75858	0,51855	0,48535	0,66320
575	0,99505	0,17280	0,01855	0,98535	0,08892
576	0,76585	0,58701	0,02637	0,00879	0,25973
577	0,53664	0,00123	0,52637	0,50879	0,57120
578	0,30744	0,41544	0,77637	0,25879	0,53859
579	0,07824	0,82965	0,27637	0,75879	0,43100
580	0,84904	0,24387	0,40137	0,13379	0,64010
581	0,61983	0,65808	0,90137	0,63379	0,89543
582	0,39063	0,07229	0,65137	0,38379	0,46685
583	0,16143	0,48651	0,15137	0,88379	0,68039
584	0,93222	0,90072	0,21387	0,07129	0,08243
585	0,70302	0,31493	0,71387	0,57129	0,65647
586	0,47382	0,72915	0,96387	0,32129	0,14363
587	0,24461	0,14336	0,46387	0,82129	0,30171
588	0,01541	0,55757	0,33887	0,19629	0,00324
589	0,78621	0,97179	0,83887	0,69629	0,55979
590	0,55700	0,38600	0,58887	0,44629	0,77020
591	0,32780	0,80022	0,08887	0,94629	0,07717
592	0,09859	0,21443	0,12012	0,04004	0,46632
593	0,86939	0,62864	0,62012	0,54004	0,69053
594	0,64019	0,04286	0,87012	0,29004	0,89769
595	0,41098	0,45707	0,37012	0,79004	0,14166
596	0,18178	0,87128	0,49512	0,16504	0,53742
597	0,95258	0,28550	0,99512	0,66504	0,77957
598	0,72337	0,69971	0,74512	0,41504	0,38901
599	0,49417	0,11392	0,24512	0,91504	0,74879

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
600	0,26497	0,52814	0,18262	0,10254	0,96385
601	0,03576	0,94235	0,68262	0,60254	0,80248
602	0,80656	0,35656	0,93262	0,35254	0,65128
603	0,57736	0,77078	0,43262	0,85254	0,33471
604	0,34815	0,18499	0,30762	0,22754	0,46249
605	0,11895	0,59921	0,80762	0,72754	0,15234
606	0,88975	0,01342	0,55762	0,47754	0,42307
607	0,66054	0,42763	0,05762	0,97754	0,83871
608	0,43134	0,84185	0,04199	0,02441	0,06654
609	0,20214	0,25606	0,54199	0,52441	0,54422
610	0,97293	0,67027	0,79199	0,27441	0,86635
611	0,74373	0,08449	0,29199	0,77441	0,01635
612	0,51452	0,49870	0,41699	0,14941	0,36832
613	0,28532	0,91291	0,91699	0,64941	0,31116
614	0,05612	0,32713	0,66699	0,39941	0,52287
615	0,82691	0,74134	0,16699	0,89941	0,84509
616	0,59771	0,15555	0,22949	0,08691	0,97033
617	0,36851	0,56977	0,72949	0,58691	0,74739
618	0,13930	0,98398	0,97949	0,33691	0,49259
619	0,91010	0,39820	0,47949	0,83691	0,73194
620	0,68090	0,81241	0,35449	0,21191	0,85714
621	0,45169	0,22662	0,85449	0,71191	0,10703
622	0,22249	0,64084	0,60449	0,46191	0,19065
623	0,99329	0,05505	0,10449	0,96191	0,11378
624	0,76408	0,46926	0,07324	0,05566	0,65204
625	0,53488	0,88348	0,57324	0,55566	0,85909
626	0,30568	0,29769	0,82324	0,30566	0,98538
627	0,07647	0,71190	0,32324	0,80566	0,59360
628	0,84727	0,12612	0,44824	0,18066	0,94601
629	0,61806	0,54033	0,94824	0,68066	0,87436
630	0,38886	0,95454	0,69824	0,43066	0,41549
631	0,15966	0,36876	0,19824	0,93066	0,67867
632	0,93045	0,78297	0,13574	0,11816	0,10580
633	0,70125	0,19718	0,63574	0,61816	0,03398
634	0,47205	0,61140	0,88574	0,36816	0,17711
635	0,24284	0,02561	0,38574	0,86816	0,66524
636	0,01364	0,43983	0,26074	0,24316	0,72691
637	0,78444	0,85404	0,76074	0,74316	0,28169
638	0,55523	0,26825	0,51074	0,49316	0,81562
639	0,32603	0,68247	0,01074	0,99316	0,95730
640	0,09683	0,09668	0,01465	0,00488	0,56994
641	0,86762	0,51089	0,51465	0,50488	0,60150
642	0,63842	0,92511	0,76465	0,25488	0,30294

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
643	0,40922	0,33932	0,26465	0,75488	0,47529
644	0,18001	0,75353	0,38965	0,12988	0,40148
645	0,95081	0,16775	0,88965	0,62988	0,92575
646	0,72161	0,58196	0,63965	0,37988	0,39726
647	0,49240	0,99617	0,13965	0,87988	0,46214
648	0,26320	0,41039	0,20215	0,06738	0,42967
649	0,03399	0,82460	0,70215	0,56738	0,90134
650	0,80479	0,23882	0,95215	0,31738	0,20921
651	0,57559	0,65303	0,45215	0,81738	0,65090
652	0,34638	0,06724	0,32715	0,19238	0,29097
653	0,11718	0,48146	0,82715	0,69238	0,04805
654	0,88798	0,89567	0,57715	0,44238	0,48211
655	0,65877	0,30988	0,07715	0,94238	0,53391
656	0,42957	0,72410	0,10840	0,03613	0,10062
657	0,20037	0,13831	0,60840	0,53613	0,19554
658	0,97116	0,55252	0,85840	0,28613	0,97357
659	0,74196	0,96674	0,35840	0,78613	0,22511
660	0,51276	0,38095	0,48340	0,16113	0,52218
661	0,28355	0,79516	0,98340	0,66113	0,74483
662	0,05435	0,20938	0,73340	0,41113	0,76190
663	0,82515	0,62359	0,23340	0,91113	0,67757
664	0,59594	0,03781	0,17090	0,09863	0,61105
665	0,36674	0,45202	0,67090	0,59863	0,84897
666	0,13754	0,86623	0,92090	0,34863	0,19696
667	0,90833	0,28045	0,42090	0,84863	0,93089
668	0,67913	0,69466	0,29590	0,22363	0,53299
669	0,44992	0,10887	0,79590	0,72363	0,49006
670	0,22072	0,52309	0,54590	0,47363	0,06945
671	0,99152	0,93730	0,04590	0,97363	0,84593
672	0,76231	0,35151	0,06152	0,02051	0,88571
673	0,53311	0,76573	0,56152	0,52051	0,20097
674	0,30391	0,17994	0,81152	0,27051	0,46886
675	0,07470	0,59415	0,31152	0,77051	0,96865
676	0,84550	0,00837	0,43652	0,14551	0,21942
677	0,61630	0,42258	0,93652	0,64551	0,80148
678	0,38709	0,83680	0,68652	0,39551	0,83330
679	0,15789	0,25101	0,18652	0,89551	0,98183
680	0,92869	0,66522	0,24902	0,08301	0,35036
681	0,69948	0,07944	0,74902	0,58301	0,23057
682	0,47028	0,49365	0,99902	0,33301	0,18373
683	0,24108	0,90786	0,49902	0,83301	0,56855
684	0,01187	0,32208	0,37402	0,20801	0,21390
685	0,78267	0,73629	0,87402	0,70801	0,33236

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
686	0,55347	0,15050	0,62402	0,45801	0,31045
687	0,32426	0,56472	0,12402	0,95801	0,20553
688	0,09506	0,97893	0,09277	0,05176	0,75168
689	0,86585	0,39314	0,59277	0,55176	0,90643
690	0,63665	0,80736	0,84277	0,30176	0,71392
691	0,40745	0,22157	0,34277	0,80176	0,13122
692	0,17824	0,63579	0,46777	0,17676	0,32335
693	0,94904	0,05000	0,96777	0,67676	0,52958
694	0,71984	0,46421	0,71777	0,42676	0,55127
695	0,49063	0,87843	0,21777	0,92676	0,53229
696	0,26143	0,29264	0,15527	0,11426	0,14392
697	0,03223	0,70685	0,65527	0,61426	0,77232
698	0,80302	0,12107	0,90527	0,36426	0,60634
699	0,57382	0,53528	0,40527	0,86426	0,07444
700	0,34462	0,94949	0,28027	0,23926	0,18537
701	0,11541	0,36371	0,78027	0,73926	0,78619
702	0,88621	0,77792	0,53027	0,48926	0,51545
703	0,65701	0,19213	0,03027	0,98926	0,25849
704	0,42780	0,60635	0,02246	0,01270	0,47758
705	0,19860	0,02056	0,52246	0,51270	0,32696
706	0,96940	0,43478	0,77246	0,26270	0,90099
707	0,74019	0,84899	0,27246	0,76270	0,28646
708	0,51099	0,26320	0,39746	0,13770	0,23621
709	0,28178	0,67742	0,89746	0,63770	0,25724
710	0,05258	0,09163	0,64746	0,38770	0,99515
711	0,82338	0,50584	0,14746	0,88770	0,73619
712	0,59417	0,92006	0,20996	0,07520	0,53896
713	0,36497	0,33427	0,70996	0,57520	0,01810
714	0,13577	0,74848	0,95996	0,32520	0,47227
715	0,90656	0,16270	0,45996	0,82520	0,05854
716	0,67736	0,57691	0,33496	0,20020	0,95758
717	0,44816	0,99112	0,83496	0,70020	0,46681
718	0,21895	0,40534	0,58496	0,45020	0,40532
719	0,98975	0,81955	0,08496	0,95020	0,02688
720	0,76055	0,23376	0,11621	0,04395	0,98432
721	0,53134	0,64798	0,61621	0,54395	0,10361
722	0,30214	0,06219	0,86621	0,29395	0,01245
723	0,07294	0,47641	0,36621	0,79395	0,46426
724	0,84373	0,89062	0,49121	0,16895	0,06151
725	0,61453	0,30483	0,99121	0,66895	0,00825
726	0,38532	0,71905	0,74121	0,41895	0,91379
727	0,15612	0,13326	0,24121	0,91895	0,11689
728	0,92692	0,54747	0,17871	0,10645	0,93861

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
729	0,69771	0,96169	0,67871	0,60645	0,81723
730	0,46851	0,37590	0,92871	0,35645	0,98473
731	0,23931	0,79011	0,42871	0,85645	0,94557
732	0,01010	0,20433	0,30371	0,23145	0,88565
733	0,78090	0,61854	0,80371	0,73145	0,20185
734	0,55170	0,03275	0,55371	0,48145	0,30144
735	0,32249	0,44697	0,05371	0,98145	0,40883
736	0,09329	0,86118	0,03809	0,02832	0,59473
737	0,86409	0,27540	0,53809	0,52832	0,22100
738	0,63488	0,68961	0,78809	0,27832	0,58802
739	0,40568	0,10382	0,28809	0,77832	0,21463
740	0,17648	0,51804	0,41309	0,15332	0,70537
741	0,94727	0,93225	0,91309	0,65332	0,46228
742	0,71807	0,34646	0,66309	0,40332	0,24137
743	0,48887	0,76068	0,16309	0,90332	0,39659
744	0,25966	0,17489	0,22559	0,09082	0,35763
745	0,03046	0,58910	0,72559	0,59082	0,47241
746	0,80125	0,00332	0,97559	0,34082	0,90424
747	0,57205	0,41753	0,47559	0,84082	0,15621
748	0,34285	0,83174	0,35059	0,21582	0,42890
749	0,11364	0,24596	0,85059	0,71582	0,61444
750	0,88444	0,66017	0,60059	0,46582	0,65276
751	0,65524	0,07439	0,10059	0,96582	0,90197
752	0,42603	0,48860	0,06934	0,05957	0,19281
753	0,19683	0,90281	0,56934	0,55957	0,01124
754	0,96763	0,31703	0,81934	0,30957	0,14300
755	0,73842	0,73124	0,31934	0,80957	0,12973
756	0,50922	0,14545	0,44434	0,18457	0,29493
757	0,28002	0,55967	0,94434	0,68457	0,89636
758	0,05081	0,97388	0,69434	0,43457	0,17003
759	0,82161	0,38809	0,19434	0,93457	0,52989
760	0,59241	0,80231	0,13184	0,12207	0,44033
761	0,36320	0,21652	0,63184	0,62207	0,59523
762	0,13400	0,63073	0,88184	0,37207	0,00640
763	0,90480	0,04495	0,38184	0,87207	0,77588
764	0,67559	0,45916	0,25684	0,24707	0,25533
765	0,44639	0,87338	0,75684	0,74707	0,68516
766	0,21718	0,28759	0,50684	0,49707	0,43752
767	0,98798	0,70180	0,00684	0,99707	0,26994
768	0,75878	0,11602	0,00488	0,00293	0,05874
769	0,52957	0,53023	0,50488	0,50293	0,59346
770	0,30037	0,94444	0,75488	0,25293	0,18558
771	0,07117	0,35866	0,25488	0,75293	0,71236

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
772	0,84196	0,77287	0,37988	0,12793	0,26490
773	0,61276	0,18708	0,87988	0,62793	0,71923
774	0,38356	0,60130	0,62988	0,37793	0,98383
775	0,15435	0,01551	0,12988	0,87793	0,95452
776	0,92515	0,42972	0,19238	0,06543	0,13815
777	0,69595	0,84394	0,69238	0,56543	0,54050
778	0,46674	0,25815	0,94238	0,31543	0,67260
779	0,23754	0,67237	0,44238	0,81543	0,39422
780	0,00834	0,08658	0,31738	0,19043	0,19423
781	0,77913	0,50079	0,81738	0,69043	0,52660
782	0,54993	0,91501	0,56738	0,44043	0,93002
783	0,32073	0,32922	0,06738	0,94043	0,08764
784	0,09152	0,74343	0,09863	0,03418	0,53755
785	0,86232	0,15765	0,59863	0,53418	0,07712
786	0,63311	0,57186	0,84863	0,28418	0,78474
787	0,40391	0,98607	0,34863	0,78418	0,09350
788	0,17471	0,40029	0,47363	0,15918	0,33602
789	0,94550	0,81450	0,97363	0,65918	0,33565
790	0,71630	0,22871	0,72363	0,40918	0,82749
791	0,48710	0,64293	0,22363	0,90918	0,22793
792	0,25789	0,05714	0,16113	0,09668	0,21481
793	0,02869	0,47135	0,66113	0,59668	0,91917
794	0,79949	0,88557	0,91113	0,34668	0,61824
795	0,57028	0,29978	0,41113	0,84668	0,26285
796	0,34108	0,71400	0,28613	0,22168	0,42160
797	0,11188	0,12821	0,78613	0,72168	0,66250
798	0,88267	0,54242	0,53613	0,47168	0,59527
799	0,65347	0,95664	0,03613	0,97168	0,43227
800	0,42427	0,37085	0,05176	0,01855	0,64159
801	0,19506	0,78506	0,55176	0,51855	0,04687
802	0,96586	0,19928	0,80176	0,26855	0,06541
803	0,73666	0,61349	0,30176	0,76855	0,33924
804	0,50745	0,02770	0,42676	0,14355	0,28188
805	0,27825	0,44192	0,92676	0,64355	0,61294
806	0,04904	0,85613	0,67676	0,39355	0,01315
807	0,81984	0,27034	0,17676	0,89355	0,07113
808	0,59064	0,68456	0,23926	0,08105	0,53090
809	0,36143	0,09877	0,73926	0,58105	0,20868
810	0,13223	0,51299	0,98926	0,33105	0,53446
811	0,90303	0,92720	0,48926	0,83105	0,06419
812	0,67382	0,34141	0,36426	0,20605	0,71018
813	0,44462	0,75563	0,86426	0,70605	0,53146
814	0,21542	0,16984	0,61426	0,45605	0,83303

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
815	0,98621	0,58405	0,11426	0,95605	0,06403
816	0,75701	0,99827	0,08301	0,04980	0,69027
817	0,52781	0,41248	0,58301	0,54980	0,72363
818	0,29860	0,82669	0,83301	0,29980	0,08611
819	0,06940	0,24091	0,33301	0,79980	0,37685
820	0,84020	0,65512	0,45801	0,17480	0,01834
821	0,61099	0,06933	0,95801	0,67480	0,09430
822	0,38179	0,48355	0,70801	0,42480	0,01822
823	0,15258	0,89776	0,20801	0,92480	0,21591
824	0,92338	0,31198	0,14551	0,11230	0,13353
825	0,69418	0,72619	0,64551	0,61230	0,95110
826	0,46497	0,14040	0,89551	0,36230	0,22203
827	0,23577	0,55462	0,39551	0,86230	0,35741
828	0,00657	0,96883	0,27051	0,23730	0,68430
829	0,77736	0,38304	0,77051	0,73730	0,43788
830	0,54816	0,79726	0,52051	0,48730	0,63501
831	0,31896	0,21147	0,02051	0,98730	0,32548
832	0,08975	0,62568	0,02832	0,01074	0,15564
833	0,86055	0,03990	0,52832	0,51074	0,51984
834	0,63135	0,45411	0,77832	0,26074	0,77024
835	0,40214	0,86832	0,27832	0,76074	0,48458
836	0,17294	0,28254	0,40332	0,13574	0,75685
837	0,94374	0,69675	0,90332	0,63574	0,75320
838	0,71453	0,11097	0,65332	0,38574	0,52740
839	0,48533	0,52518	0,15332	0,88574	0,07170
840	0,25613	0,93939	0,21582	0,07324	0,80725
841	0,02692	0,35361	0,71582	0,57324	0,37894
842	0,79772	0,76782	0,96582	0,32324	0,56305
843	0,56851	0,18203	0,46582	0,82324	0,76814
844	0,33931	0,59625	0,34082	0,19824	0,07495
845	0,11011	0,01046	0,84082	0,69824	0,82380
846	0,88090	0,42467	0,59082	0,44824	0,45164
847	0,65170	0,83889	0,09082	0,94824	0,40518
848	0,42250	0,25310	0,12207	0,04199	0,41536
849	0,19329	0,66731	0,62207	0,54199	0,65340
850	0,96409	0,08153	0,87207	0,29199	0,04484
851	0,73489	0,49574	0,37207	0,79199	0,63751
852	0,50568	0,90996	0,49707	0,16699	0,84180
853	0,27648	0,32417	0,99707	0,66699	0,62198
854	0,04728	0,73838	0,74707	0,41699	0,93439
855	0,81807	0,15260	0,24707	0,91699	0,72839
856	0,58887	0,56681	0,18457	0,10449	0,80638
857	0,35967	0,98102	0,68457	0,60449	0,49022

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
858	0,13046	0,39524	0,93457	0,35449	0,61172
859	0,90126	0,80945	0,43457	0,85449	0,33178
860	0,67206	0,22366	0,30957	0,22949	0,71562
861	0,44285	0,63788	0,80957	0,72949	0,39603
862	0,21365	0,05209	0,55957	0,47949	0,85436
863	0,98444	0,46630	0,05957	0,97949	0,61568
864	0,75524	0,88052	0,04395	0,02637	0,44553
865	0,52604	0,29473	0,54395	0,52637	0,83655
866	0,29683	0,70895	0,79395	0,27637	0,87902
867	0,06763	0,12316	0,29395	0,77637	0,74105
868	0,83843	0,53737	0,41895	0,15137	0,64505
869	0,60922	0,95159	0,91895	0,65137	0,67027
870	0,38002	0,36580	0,66895	0,40137	0,35138
871	0,15082	0,78001	0,16895	0,90137	0,09296
872	0,92161	0,19423	0,23145	0,08887	0,80293
873	0,69241	0,60844	0,73145	0,58887	0,65252
874	0,46321	0,02265	0,98145	0,33887	0,90844
875	0,23400	0,43687	0,48145	0,83887	0,98888
876	0,00480	0,85108	0,35645	0,21387	0,92515
877	0,77560	0,26529	0,85645	0,71387	0,83173
878	0,54639	0,67951	0,60645	0,46387	0,04821
879	0,31719	0,09372	0,10645	0,96387	0,59804
880	0,08799	0,50793	0,07520	0,05762	0,16072
881	0,85878	0,92215	0,57520	0,55762	0,71815
882	0,62958	0,33636	0,82520	0,30762	0,74435
883	0,40037	0,75058	0,32520	0,80762	0,83018
884	0,17117	0,16479	0,45020	0,18262	0,38833
885	0,94197	0,57900	0,95020	0,68262	0,89445
886	0,71276	0,99322	0,70020	0,43262	0,06362
887	0,48356	0,40743	0,20020	0,93262	0,94615
888	0,25436	0,82164	0,13770	0,12012	0,19102
889	0,02515	0,23586	0,63770	0,62012	0,25358
890	0,79595	0,65007	0,88770	0,37012	0,93441
891	0,56675	0,06428	0,38770	0,87012	0,58008
892	0,33754	0,47850	0,26270	0,24512	0,29670
893	0,10834	0,89271	0,76270	0,74512	0,04915
894	0,87914	0,30692	0,51270	0,49512	0,72866
895	0,64993	0,72114	0,01270	0,99512	0,20936
896	0,42073	0,13535	0,00879	0,00684	0,27821
897	0,19153	0,54957	0,50879	0,50684	0,81218
898	0,96232	0,96378	0,75879	0,25684	0,99520
899	0,73312	0,37799	0,25879	0,75684	0,36551
900	0,50391	0,79221	0,38379	0,13184	0,17233

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
901	0,27471	0,20642	0,88379	0,63184	0,24293
902	0,04551	0,62063	0,63379	0,38184	0,21061
903	0,81630	0,03485	0,13379	0,88184	0,81494
904	0,58710	0,44906	0,19629	0,06934	0,28691
905	0,35790	0,86327	0,69629	0,56934	0,49745
906	0,12869	0,27749	0,94629	0,31934	0,87466
907	0,89949	0,69170	0,44629	0,81934	0,54645
908	0,67029	0,10591	0,32129	0,19434	0,61353
909	0,44108	0,52013	0,82129	0,69434	0,94875
910	0,21188	0,93434	0,57129	0,44434	0,61584
911	0,98268	0,34856	0,07129	0,94434	0,64834
912	0,75347	0,76277	0,10254	0,03809	0,15054
913	0,52427	0,17698	0,60254	0,53809	0,20875
914	0,29507	0,59120	0,85254	0,28809	0,54911
915	0,06586	0,00541	0,35254	0,78809	0,59446
916	0,83666	0,41962	0,47754	0,16309	0,21606
917	0,60746	0,83384	0,97754	0,66309	0,57791
918	0,37825	0,24805	0,72754	0,41309	0,90492
919	0,14905	0,66226	0,22754	0,91309	0,53201
920	0,91984	0,07648	0,16504	0,10059	0,83087
921	0,69064	0,49069	0,66504	0,60059	0,99899
922	0,46144	0,90490	0,91504	0,35059	0,12072
923	0,23223	0,31912	0,41504	0,85059	0,35937
924	0,00303	0,73333	0,29004	0,22559	0,85736
925	0,77383	0,14755	0,79004	0,72559	0,25940
926	0,54462	0,56176	0,54004	0,47559	0,14300
927	0,31542	0,97597	0,04004	0,97559	0,70996
928	0,08622	0,39019	0,05566	0,02246	0,49967
929	0,85701	0,80440	0,55566	0,52246	0,33503
930	0,62781	0,21861	0,80566	0,27246	0,66438
931	0,39861	0,63283	0,30566	0,77246	0,94968
932	0,16940	0,04704	0,43066	0,14746	0,66002
933	0,94020	0,46125	0,93066	0,64746	0,29911
934	0,71100	0,87547	0,68066	0,39746	0,47535
935	0,48179	0,28968	0,18066	0,89746	0,69370
936	0,25259	0,70389	0,24316	0,08496	0,29373
937	0,02339	0,11811	0,74316	0,58496	0,27830
938	0,79418	0,53232	0,99316	0,33496	0,33916
939	0,56498	0,94654	0,49316	0,83496	0,03128
940	0,33577	0,36075	0,36816	0,20996	0,82008
941	0,10657	0,77496	0,86816	0,70996	0,57059
942	0,87737	0,18918	0,61816	0,45996	0,53505
943	0,64816	0,60339	0,11816	0,95996	0,26549

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
944	0,41896	0,01760	0,08691	0,05371	0,76361
945	0,18976	0,43182	0,58691	0,55371	0,76667
946	0,96055	0,84603	0,83691	0,30371	0,24037
947	0,73135	0,26024	0,33691	0,80371	0,11208
948	0,50215	0,67446	0,46191	0,17871	0,40907
949	0,27294	0,08867	0,96191	0,67871	0,68340
950	0,04374	0,50288	0,71191	0,42871	0,70261
951	0,81454	0,91710	0,21191	0,92871	0,48167
952	0,58533	0,33131	0,14941	0,11621	0,31413
953	0,35613	0,74552	0,64941	0,61621	0,39332
954	0,12693	0,15974	0,89941	0,36621	0,83322
955	0,89772	0,57395	0,39941	0,86621	0,31881
956	0,66852	0,98817	0,27441	0,24121	0,87459
957	0,43932	0,40238	0,77441	0,74121	0,09176
958	0,21011	0,81659	0,52441	0,49121	0,85805
959	0,98091	0,23081	0,02441	0,99121	0,15684
960	0,75170	0,64502	0,01660	0,01465	0,04765
961	0,52250	0,05923	0,51660	0,51465	0,78382
962	0,29330	0,47345	0,76660	0,26465	0,18168
963	0,06409	0,88766	0,26660	0,76465	0,03255
964	0,83489	0,30187	0,39160	0,13965	0,15591
965	0,60569	0,71609	0,89160	0,63965	0,04855
966	0,37648	0,13030	0,64160	0,38965	0,76180
967	0,14728	0,54451	0,14160	0,88965	0,32187
968	0,91808	0,95873	0,20410	0,07715	0,47243
969	0,68887	0,37294	0,70410	0,57715	0,78440
970	0,45967	0,78716	0,95410	0,32715	0,30477
971	0,23047	0,20137	0,45410	0,82715	0,38191
972	0,00126	0,61558	0,32910	0,20215	0,17600
973	0,77206	0,02980	0,82910	0,70215	0,94329
974	0,54286	0,44401	0,57910	0,45215	0,03059
975	0,31365	0,85822	0,07910	0,95215	0,37445
976	0,08445	0,27244	0,11035	0,04590	0,34160
977	0,85525	0,68665	0,61035	0,54590	0,46846
978	0,62604	0,10086	0,86035	0,29590	0,18025
979	0,39684	0,51508	0,36035	0,79590	0,03677
980	0,16763	0,92929	0,48535	0,17090	0,24124
981	0,93843	0,34350	0,98535	0,67090	0,64985
982	0,70923	0,75772	0,73535	0,42090	0,93087
983	0,48002	0,17193	0,23535	0,92090	0,06386
984	0,25082	0,58615	0,17285	0,10840	0,05183
985	0,02162	0,00036	0,67285	0,60840	0,74149
986	0,79241	0,41457	0,92285	0,35840	0,36684

	qrngvar	torus	sobol	halton	SFMT
987	0,56321	0,82879	0,42285	0,85840	0,04216
988	0,33401	0,24300	0,29785	0,23340	0,75123
989	0,10480	0,65721	0,79785	0,73340	0,42470
990	0,87560	0,07143	0,54785	0,48340	0,62267
991	0,64640	0,48564	0,04785	0,98340	0,42921
992	0,41719	0,89985	0,03223	0,03027	0,86175
993	0,18799	0,31407	0,53223	0,53027	0,90021
994	0,95879	0,72828	0,78223	0,28027	0,00695
995	0,72958	0,14249	0,28223	0,78027	0,13117
996	0,50038	0,55671	0,40723	0,15527	0,95261
997	0,27117	0,97092	0,90723	0,65527	0,46342
998	0,04197	0,38514	0,65723	0,40527	0,79258
999	0,81277	0,79935	0,15723	0,90527	0,28630
1000	0,58356	0,21356	0,21973	0,09277	0,19055

Appendix F - A Monte Carlo Experiment about Phi - The Code

```
simulation = function(long){
  c = rep(0,long)
  numberIn = 0
  for(i in 1:long){
    x = runif(2,-1,1)
    if(sqrt(x[1]*x[1] + x[2]*x[2]) <= 1){
      numberIn = numberIn + 1
    }
    prop = numberIn / i
    piHat = prop *4
    c[i] = piHat
  }
  return(c)
}
size = 1000
res = simulation(size)
ini = 1
plot(res[ini:size], type = "l")
lines(rep(pi, size)[ini:size], col = "red")
```

```
library(randtoolbox)
```

```
  #enter halton
```

```
x = halton(1000,2)
y = -(halton(1000,2))
a=matrix(x,1000,2)
b=matrix(y,1000,2)
c=matrix(,1000,1)
numberIn = 0
```

```
for(i in 1:1000){
  if(sqrt(a[i]*a[i] + b[i]*b[i]) <= 1){
    numberIn = numberIn + 1
  }
  prop = numberIn / i
  piHat = prop *4
  c[i,1] = piHat
}
```

```
ini = 1
plot(c, type = "l")
lines(rep(pi, size)[ini:size], col = "red")
```

```
  #enter sobol
```

```
x = sobol(1000,2)
y = -(sobol(1000,2))
a=matrix(x,1000,2)
```

```

b=matrix(y,1000,2)
c=matrix(,1000,1)
numberIn = 0

for(i in 1:1000){
  if(sqrt(a[i]*a[i] + b[i]*b[i]) <= 1){
    numberIn = numberIn + 1
  }
  prop = numberIn / i
  piHat = prop *4
  c[i,1] = piHat
}
ini = 1
plot(c, type = "l")
lines(rep(pi, size)[ini:size], col = "red")

#####
tdlrg.rand <- function(n=10) {
  rng <- vector(length = n)
  m <- 2 ** 32
  a <- 1103515245
  c <- 12345

  # Set the seed using the current system time in microseconds

  c1<-0
  c2<-0
  c3<-0

  for (i in 1:n) {
    d <- as.numeric(Sys.time()) / 1000
    c1<-c1+1
    c2<-c1+1
    c3<-c2+1
    g<- c1+c2+c3+d
    g <- (a * g + c) %% m
    rng[i] <- g / m
  }
  return(rng)
}
#####

x = tdlrg.rand(2000)
y = -(tdlrg.rand(2000))

a=matrix(1000,1)
a1=matrix(1000,1)

for (i in 1:1000) {
  a[i]<-x[i]
}

```

```

for (i in 1:1000) {
  a1[i]<-x[i+1000]
}

d=matrix(,1000,2)
for (i in 1:1000) {
  d[i,1]=a[i]
  d[i,2]=a1[i]
}

b=matrix(y,1000,2)
b1=matrix(x,1000,1)

for (i in 1:1000) {
  b[i]<-y[i]
}
for (i in 1:1000) {
  b1[i]<-y[i+1000]
}

e=matrix(,1000,2)
for (i in 1:1000) {
  e[i,1]=a[i]
  e[i,2]=a1[i]
}

c=matrix(,1000,1)
numberIn = 0

for(i in 1:1000){
  if(sqrt(d[i]*d[i] + e[i]*e[i]) <= 1){
    numberIn = numberIn + 1
  }
  prop = numberIn / i
  piHat = prop *4
  c[i,1] = piHat
}

ini = 1
plot(c, type = "l")
lines(rep(pi, size)[ini:size], col = "red")

```

Bibliography

1. Dutang, C., & Wuertz, D. (2018, January 29). <https://cran.r-project.org>. Tratto il giorno January 29, 2018 da R: <https://cran.r-project.org/web/packages/randtoolbox/vignettes/>
2. Herrero-Collantes, M., & Garcia-Escartin, J. C. (2017). Quantum random number generators. *Review of modern physics* , 89.
3. Hull, T., & Dobell, A. (1962). Random Number Generators. *SIAM Review* , 230-254.
4. Isida, M., & Ikeda, H. (1956). Random number generator. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* , 119-126.
5. Knuth, D. E. (1981). *The Art of Computer Programming vol. 2*. Reading: Addison & Wesley.
6. L'Ecuyer, P. (1990). Random numbers for simulation. *Communications of the ACM* , 85-98.
7. Lehmer, D. H. (1949). Mathematical methods in large-scale computing units. *Proceedings of a Second Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery* , 141–146.
8. Manelis, B. (1961). Generating random noise. *Electronics* , 66-69.
9. Marsaglia, G. (1968). Random Numbers Fall Mainly in Planes. *Proceedings of the National Academy of Sciences* (p. 25-28). NAS.
10. Marsaglia, G. (1972). The Structure of Linear Congruential Sequences. *Applications of Number Theory to Numerical Analysis* , 249-285.
11. Muraki, K. (2012). Unraveling an Exotic Electronic State for Error-free Quantum Computation. *NTT Technical Review* , 1-9.
12. Neuenschwander, D., & Zeuner, H. (2003). Generating random numbers of prescribed distribution using physical sources. *Statistics and Computing* , 5-11.
13. Niederreiter. (1992). *Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods*. Philadelphia: SIAM.
14. Niederreiter, H. (-m. (1978). Quasi-monte carlo methods and pseudo-random numbers. *Bulletin of the American Mathematical Society* , 84.
15. Park, S. K., & Miller, K. W. (1988). Random Number Generators: Good Ones Are Hard To Find. *Communications of the ACM* , 1192-1201.
16. Schmidt, H. (1970). Quantum Mechanical Random Number Generator. *Journal of Applied Physics* , 462-268.
17. Tezuka, S. (1995). Linear Congruential Generators. In S. Tezuka, *Uniform Random Numbers* (p. 57-82). Boston: Springer.
18. Vincent, C. (1970). The generation of truly random binary numbers. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* , 3 (8), 594.

19. Walker, J. (1996). *HotBits: Genuine random numbers, generated by radioactive decay*. Tratto da <http://www.fourmilab.ch/hotbits>
20. Yuan Deng, L., & Lin, D. K. (2000). Random number generation for the new century. *The American Statistician* , 145-150.

ENEA
Servizio Promozione e Comunicazione
www.enea.it

Stampa: Laboratorio Tecnografico ENEA - C.R. Frascati
gennaio 2019