

PAOLO DI LAZZARO

Divisione Fisica della Fusione  
Centro Ricerche Frascati

# PROPAGAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE NEI PLASMI DA SCARICHE GASSOSE

## Il caso dei LASER eccimeri

RT/2020/10/ENEA



AGENZIA NAZIONALE PER LE NUOVE TECNOLOGIE,  
L'ENERGIA E LO SVILUPPO ECONOMICO SOSTENIBILE

I rapporti tecnici sono scaricabili in formato pdf dal sito web ENEA alla pagina [www.enea.it](http://www.enea.it)

I contenuti tecnico-scientifici dei rapporti tecnici dell'ENEA rispecchiano l'opinione degli autori e non necessariamente quella dell'Agenzia

The technical and scientific contents of these reports express the opinion of the authors but not necessarily the opinion of ENEA.

## PROPAGAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE NEI PLASMI DA SCARICHE GASSOSE

Il caso dei LASER eccimeri

P. Di Lazzaro

### Riassunto

La rifrattività è il principale parametro macroscopico che governa la propagazione di un'onda elettromagnetica. In questo lavoro verifichiamo in modo analitico la validità della formula approssimata della rifrattività dei plasmi che si formano in una miscela di gas a pressione  $P \geq 3$  bar sottoposta a scarica elettrica pulsata. Questo caso è di particolare rilevanza nei LASER a gas, in cui l'inversione di popolazione è ottenuta nei plasmi gassosi generati da scariche elettriche, ad esempio i LASER eccimeri e ad anidride carbonica. L'analisi quantitativa della rifrattività dei plasmi gassosi è propedeutica alla stima dei problemi causati dalle inevitabili disomogeneità della scarica elettrica e del flusso di gas, che limitano la qualità ottica (e quindi la focalizzabilità e la massima intensità ottenibile) degli impulsi di luce LASER.

**Parole chiave:** Rifrattività; Plasmi gassosi; Scariche elettriche; Laser eccimeri

### Abstract

*Refractivity is the macroscopic parameter that determines the propagation of an electromagnetic wave. In this work we analytically verify the validity of the approximate formula of the refractivity of plasmas generated in a mixture of gas at pressure  $P \geq 3$  bar by pulsed electric discharges. This case is of particular relevance in gas LASERS, for example the excimer and carbon dioxide, in which population inversion is obtained in the plasmas generated by electrical discharges. The quantitative analysis of the refractivity of the gas plasmas is preliminary to the estimation of the problems caused by the inevitable inhomogeneities of the electric discharge and the gas flow, which limit the optical quality (and therefore the focussability and the maximum obtainable intensity) of the LASER light pulses.*

**Keywords:** Refractivity; Gaseous plasma; Electrical discharge; Excimer lasers



## INDICE

Introduzione	7
1. Una fiaba approssimata	8
2. LASER eccimeri	9
3. Verifica della formula approssimata della rifrattività	11
3.1 Contributo degli ioni e la quasi-neutralità	11
3.2 Approssimazione $\omega \gg \omega_p$	13
3.3 Plasma freddo?	13
3.4 Poche collisioni?	13
3.5 Contributo degli atomi neutri	14
4. La morale della favola	16
Ringraziamento	18
Referenze citate nel testo	19



# PROPAGAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE NEI PLASMI CREATI DA SCARICHE GASSOSE: IL CASO DEI LASER ECCIMERI

*In all affairs – love, religion, politics, or business – it's a healthy idea, now and then, to hang a question mark on the things you have long taken for granted.*

Bertrand Russell

## Introduzione

La rifrattività è il principale parametro che governa la propagazione di un'onda elettromagnetica in un mezzo. Quando il mezzo è un gas ionizzato, un plasma, la rifrattività è difficile da calcolare ed è quindi necessario ricorrere ad approssimazioni che sono accettate e largamente usate dalla comunità scientifica perché hanno fornito prova di essere affidabili in vari aspetti della fisica dei plasmi.

Esistono tuttavia plasmi deboli (temperatura elettronica  $\leq 1$  eV, densità elettroni  $\leq 10^{15}$  cm<sup>-3</sup>) che si formano in una miscela di gas a pressione  $P \geq 3$  bar sottoposta ad una scarica elettrica pulsata, per i quali l'affidabilità delle approssimazioni che portano alla formula della rifrattività non risulta essere stata verificata quantitativamente. In queste miscele di gas, la scarica elettrica, oltre a generare il plasma, crea l'inversione di popolazione dei sistemi LASER<sup>A</sup> con mezzo attivo<sup>B</sup> gassoso, e ivi si propagano onde elettromagnetiche (fotoni). E' quindi importante conoscere la rifrattività di questi plasmi.

Addentriamoci dunque nella verifica quantitativa della bontà della formula approssimata della rifrattività nel caso dei LASER eccimeri, una delle più importanti tipologie di LASER con mezzo attivo gassoso pompato da scariche elettriche pulsate. Lo facciamo con un approccio didattico, con leggerezza, come si trattasse di una fiaba... non necessariamente a lieto fine.

---

<sup>A</sup> LASER è l'acronimo di Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.

<sup>B</sup> Il mezzo attivo è il materiale solido, liquido o gassoso che emette i fotoni che costituiscono l'impulso di radiazione monocromatica emessa dal LASER.

## 1. Una fiaba approssimata

C'era una volta... un'onda elettromagnetica che viaggiava attraverso una miscela di gas nella quale una breve scarica elettrica aveva creato un plasma formato da elettroni liberi, atomi ionizzati e neutri, e molecole di specie varie.

Il viaggio dell'onda e la sua descrizione era irto di difficoltà e insidie: il set completo di equazioni di Maxwell e l'equazione di trasporto di Boltzmann erano assai complesse, e la soluzione difficile da ottenere.

Ma un bel giorno venne in aiuto il Cavaliere delle Approssimazioni, il quale diluisce la miscela di gas in modo da poter calcolare la rifrattività del plasma sommando le rifrattività delle singole componenti:

$$n - 1 = \sum_j (k_j N_j) \quad (1)$$

dove  $k_j$  è la rifrattività specifica della  $j$ -esima componente e  $N_j$  è la densità parziale della  $j$ -esima componente della miscela di gas [1].

Il Cavaliere delle Approssimazioni raffredda il plasma e rende rare le collisioni, in modo da trascurare il tensore di pressione, linearizzare le equazioni di Maxwell e trasformare le equazioni di continuità e di moto in un sistema algebrico di equazioni lineari. Grazie alle semplificazioni, la relazione di dispersione si ottiene imponendo uguale a zero il determinante del sistema lineare di equazioni. Dopo alcuni passaggi [2], l'indice di rifrazione  $n$  del plasma risulta dalla seguente equazione:

$$n^2 - 1 = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \times \left(1 + Z_i^2 \frac{N_i}{N_e} \times \frac{m_e}{m_i}\right) \quad (2)$$

dove  $Z_i$  = stato di carica dello ione  $i$ -esimo;  $N_i$  = densità degli ioni;  $N_e$  = densità degli elettroni;  $m_e$  = massa dell'elettrone;  $m_i$  = massa dello ione;  $\omega$  = frequenza dell'onda elettromagnetica;  $\omega_p$  = frequenza elettronica del plasma =  $\sqrt{\left(\frac{4\pi e^2 N_e}{m_e}\right)} = 5,6 \times 10^4 \sqrt{N_e} \text{ s}^{-1}$ , con  $N_e$  espresso in  $\text{cm}^{-3}$ .

Il Cavaliere delle Approssimazioni non è ancora soddisfatto e impone la quasi neutralità del plasma, per cui la densità degli ioni non è troppo diversa di quella degli elettroni di modo che l'equazione (2) si approssima in

$$n^2 - 1 \sim -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (3)$$

Infine, forte del fatto che la frequenza del plasma è assai minore della frequenza dell'onda elettromagnetica (ultravioletta, o visibile, o infrarossa) che vi si propaga, il Cavaliere ricorre all'avvocato Taylor e sviluppa in serie l'equazione (3), ottenendo



$$n - 1 \approx -\frac{\omega_p^2}{2\omega^2}. \quad (4)$$

Sostituendo nell'equazione (4) la definizione di  $\omega_p$  abbiamo

$$n - 1 \approx -4,46 \times 10^{-22} \lambda^2 N_e \quad (5)$$

dove la lunghezza d'onda  $\lambda = 2\pi c/\omega$  è espressa in micrometri ( $\mu\text{m}$ ) e  $N_e$  in  $\text{cm}^{-3}$ .

Il Cavaliere delle Approssimazioni può essere soddisfatto del suo lavoro: infatti, le formule (4) e (5) si trovano nei testi di Fisica dei Plasmi e sono largamente usate in pratica.

Il principale scopo di questo Rapporto è verificare se (4) è una buona approssimazione nel caso dei plasmi formati da scariche elettriche in miscele di gas a pressione  $P \geq 3$  bar. In questa categoria di plasmi rientrano i LASER con mezzo attivo gassoso, nei quali la corrente di scarica crea un plasma in cui si propagano e si amplificano i fotoni che infine escono dallo specchio parzialmente riflettente formando l'impulso LASER emesso. Ovviamente, la propagazione nel mezzo attivo di questi fotoni risente della rifrattività del plasma.

E allora, andiamo a verificare se il Cavaliere delle Approssimazioni ha reso un buon servizio anche agli studiosi di una delle principali tipologie di LASER gassosi pompati a scarica, il LASER ad eccimeri, e se questa "favola approssimata" ha un lieto fine.

## 2. LASER eccimeri

La parola 'eccimero' è una contrazione di 'dimero eccitato' perché il primo LASER eccimero realizzato nel 1970 dal premio Nobel Nikolaj Basov [3] usava il dimero  $\text{Xe}_2$  creato da un fascio di elettroni. Il dimero  $\text{Xe}_2$ , diseccitandosi, emetteva fotoni LASER UV a  $\lambda = 172$  nm. Negli anni successivi, si è scoperto che miscele di gas di alogenuri di gas nobile (ad esempio ArF, KrF, XeCl) emettono fotoni laser UV con maggiore efficienza rispetto ai dimeri.

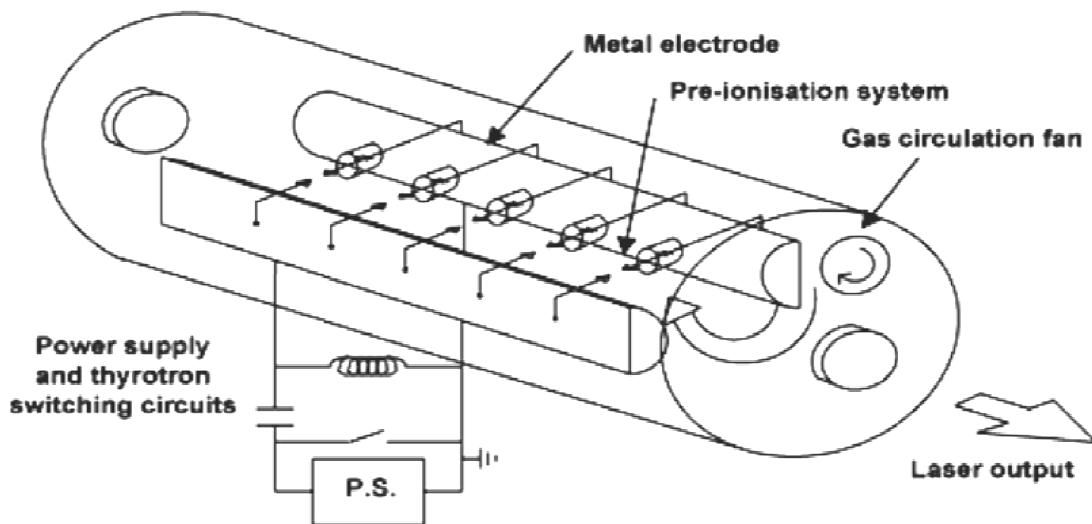
I sistemi LASER eccimeri hanno un mezzo attivo costituito da una miscela di gas costituita da pochi mbar di precursori dell'alogenuro di gas nobile, cioè una molecola formata da un alogeno (ad esempio F, Cl, Br) e un gas nobile (Xe, Ar, Kr). La miscela gassosa è completata da un altro gas nobile (Ne oppure He a pressione compresa fra 3 bar e 4 bar) chiamato gas buffer (intermediario).

La maggioranza dei LASER eccimeri (vedi la figura 1) è pompata da una scarica elettrica pulsata la cui energia è dissipata dall'impedenza del gas buffer ad alta pressione e da questi è trasferita agli alogeni e al gas nobile a bassa pressione. Questa energia attiva la formazione dell'alogenuro di gas nobile, ad esempio XeCl (precursori HCl e Xe), KrF (precursori  $\text{F}_2$  e Kr), oppure ArF (precursori  $\text{F}_2$  e Ar). Gli alogenuri di gas nobile sono molecole instabili, decadono in pochi nanosecondi (ns) e

durante il decadimento rilasciano fotoni nello spettro ultravioletto (UV), la cui lunghezza d'onda dipende dall'alogenuro, come mostrato nella tabella 1.

Eccimero	Lunghezza d'onda ( $\mu\text{m}$ )
$\text{F}_2$	0,157
ArF	0,193
KrF	0,249
XeCl	0,308
XeF	0,351

**Tabella 1.** Lunghezze d'onda in micrometri della radiazione emessa dai LASER eccimeri più usati per applicazioni industriali e nella ricerca. Nella prima riga compare la molecola  $\text{F}_2$  che è un dimero, tutti gli altri sono alogenuri di gas nobili.



**Figura 1.** Schema di un LASER eccimeri. Il cilindro è riempito dalla miscela di gas a  $4 \text{ bar} > P > 3$  bar. Si riconoscono i due elettrodi di scarica, il sistema di pre-ionizzazione costituito da tante piccole scariche ad arco distribuite longitudinalmente accanto agli elettrodi, la ventola che muove il gas in modo da rinnovare il mezzo attivo tra scariche consecutive, e infine i due specchi che formano il risonatore ottico, uno totalmente riflettente, l'altro parzialmente riflettente in modo da trasmettere l'impulso LASER in uscita.

La densità di molecole eccimero nello stato eccitato è data dalla formula generale

$$M_{\text{up}} \approx \frac{4g\Delta\omega}{\lambda^2 A_{21}},$$

dove  $\Delta\omega$  è la larghezza spettrale del guadagno  $g$ , e  $A_{21}$  è la probabilità di emissione spontanea della transizione LASER [4].

A causa della brevissima vita media dell'alogenuro, per ottenere l'inversione di popolazione propedeutica all'emissione stimolata di radiazione LASER è necessario trasferire al mezzo attivo una densità volumetrica di energia dell'ordine di  $0,01 \text{ J/cm}^3$  in un tempo brevissimo, compreso tra 10 ns e 100 ns, pari all'inverso di  $A_{21}$ . Ad esempio, una miscela gassosa eccimeri con volume attivo di mezzo litro ( $500 \text{ cm}^3$ ) richiede circa 100 MW di potenza di picco elettrica per emettere un singolo impulso LASER.

L'efficienza di trasferimento di energia da elettrica a LASER è inferiore al 3%, per cui l'elevato valore della potenza elettrica di pompaggio non consente l'emissione LASER continua e limita la massima frequenza di ripetizione degli impulsi a 1.000 Hz. In pratica, la potenza media di emissione dei LASER eccimeri è *power-supply limited*.

A causa dei valori di pressione  $> 3 \text{ bar}$ , di distanza fra gli elettrodi  $> 1 \text{ cm}$ , e di tensione applicata  $> 15 \text{ kV}$ , la scarica elettrica di pompaggio dei LASER eccimeri evolve spontaneamente in un arco (cf. curva di Paschen<sup>C</sup>) il cui volume è insufficiente ad amplificare l'emissione LASER. E' quindi indispensabile ionizzare in modo uniforme la miscela gassosa prima della scarica, in modo da diminuire l'impedenza del gas, spostarsi nella zona *glow* della curva di Paschen e garantire una scarica uniforme, senza archi. Per essere efficace, la ionizzazione preliminare del gas deve generare una densità di coppie elettrone-ione maggiore di  $10^7 \text{ cm}^{-3}$  [4, 5] ed è ottenuta tramite radiazione UV emessa da piccole scariche ad arco poste longitudinalmente accanto agli elettrodi (vedi la figura 1) o in alternativa tramite raggi-X emessi per effetto Bremsstrahlung da un diodo posto in una camera da vuoto adiacente, separata dal gas da una sottile lamiera di alluminio [5].

### 3. Verifica della formula approssimata della rifrattività

#### 3.1 Contributo degli ioni e la quasi-neutralità

L'equazione (3) si ottiene imponendo la condizione di quasi neutralità del plasma all'equazione (2). Tale vincolo chiede il rispetto di due condizioni [2]: –dimensione del plasma molto maggiore del raggio di Debye, e tempo caratteristico di variazione dei parametri del plasma molto maggiore di  $\omega_p^{-1}$ – le quali sono ampiamente verificate nel caso in esame. Infatti,

1) il volume tipico della scarica di pompaggio dei LASER eccimeri (e quindi il volume del plasma) è sempre maggiore di  $100 \text{ cm}^3$  ed è quindi molti ordini di grandezza più grande del cubo del raggio di Debye, pari a circa  $10^{-15} \text{ cm}^3$ ;

---

<sup>c</sup> Vedi ad esempio [https://it.wikipedia.org/wiki/Curve\\_di\\_Paschen](https://it.wikipedia.org/wiki/Curve_di_Paschen)

2) il tempo caratteristico di variazione dei parametri del plasma, pari alla durata della prima semionda della corrente elettrica di scarica, 50-100 ns, è nettamente maggiore dell'inverso della frequenza del plasma  $\omega_p^{-1} = 5,6 \times 10^{-4}$  ns.

Inoltre, è facile verificare che l'equazione (3) è una buona approssimazione dell'equazione (2) se e solo se

$$\frac{N_e}{N_i} \gg \frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \quad (6)$$

La quasi-neutralità del plasma eccimeri generato dalla scarica elettrica significa  $N_i \approx N_e$ . Quindi, per soddisfare la (6) è necessario che sia  $\frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \ll 1$ .

Nelle miscele gassose dei LASER eccimeri il gas buffer costituisce il 99% della pressione totale e ha un'energia di prima ionizzazione di 21,6 eV (nel caso del Ne) o 24,6 eV (nel caso dell'He). Entrambi i valori sono troppo elevati per essere ionizzati dalle densità di corrente e dai valori di campo elettrico ridotto  $E/P \approx 2$  kV/(cm×bar) della scarica elettrica, come specificato nel §3.5. Pertanto, il gas buffer non contribuisce al grado di ionizzazione del plasma.

Per gli eccimeri XeCl e XeF il principale contributo ionico è dato dagli ioni  $Xe^+$ , che hanno  $Z = 1$  e  $m_i = 2,2 \times 10^{-22}$  g, mentre nel caso dell'eccimero KrF il principale contributo ionico è dato dagli ioni  $Kr^+$ , con  $Z = 1$  e  $m_i = 1,4 \times 10^{-22}$  g. Analoghe valutazioni si applicano al caso ArF. In definitiva, abbiamo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{XeCl e XeF: } \frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \sim 4,1 \times 10^{-6} \\ \text{KrF: } \frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \sim 6,5 \times 10^{-6} \\ \text{ArF: } \frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \sim 1,2 \times 10^{-5} \end{array} \right\} \quad (7)$$

Notiamo che anche nel caso limite in cui l'atomo nobile che forma la molecola eccimeri Xe, oppure Kr, o Ar sia interamente ionizzato, per cui  $Z_i = 54$  (Xe), 36 (Kr) e 18 (Ar) la condizione  $\frac{m_e}{m_i} \times Z_i^2 \ll 1$  è sempre soddisfatta.

Possiamo concludere che la condizione di quasi neutralità del plasma e i valori (7) garantiscono che la disequazione (6) è ampiamente verificata per i LASER eccimeri. Di conseguenza l'equazione (3) è una buona approssimazione dell'equazione (2). Inoltre, sia la velocissima dinamica temporale della corrente che crea il plasma eccimeri (durata < 100 ns, vedi §2) sia la (6) rendono il contributo alla rifrattività degli ioni trascurabile rispetto al contributo degli elettroni.

### 3.2 Approssimazione $\omega \gg \omega_p$

L'equazione (4) è una buona approssimazione dell'equazione (3) solo se  $\omega \gg \omega_p$ . Ricordando che  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , dove  $\lambda$  = lunghezza d'onda di emissione LASER, e che  $\omega_p = 5,6 \times 10^4 \sqrt{N_e} \text{ s}^{-1}$ , è immediato verificare che la condizione  $\omega \gg \omega_p$  è soddisfatta se  $\lambda^2 \times N_e \ll 10^{21} \text{ cm}^{-3} \mu\text{m}^2$ . Nel caso del LASER eccimeri XeCl abbiamo  $\lambda = 0,308 \mu\text{m}$ , mentre la densità di elettroni misurata al picco della scarica di pompaggio è circa  $N_e = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  [6, 7], per cui  $\lambda^2 \times N_e \leq 9 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \mu\text{m}^2$  e di conseguenza la condizione  $\omega \gg \omega_p$  è ampiamente soddisfatta.

Per gli altri eccimeri elencati nella tabella 1, il prodotto  $\lambda^2 \times N_e$  può variare in più o in meno di un fattore  $< 20$  rispetto al caso XeCl. Di conseguenza, l'approssimazione  $\omega \gg \omega_p$  è sempre soddisfatta per i LASER eccimeri ed è lecito considerare (4) una buona approssimazione di (3).

### 3.3 Plasma freddo?

Per verificare se il plasma del LASER eccimeri è sufficientemente "freddo" da giustificare le approssimazioni che conducono alla relazione (2), conviene scrivere la relazione di dispersione in funzione dell'energia termica degli elettroni [8]:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 K^2 + \frac{kT_e}{mc^2} \left( \frac{c^2 K^2 \omega_p^2}{c^2 K^2 + \omega_p^2} \right), \quad (8)$$

dove  $K = 2\pi/\lambda$ ;  $k$  = costante di Boltzmann;  $kT_e$  = energia termica degli elettroni;  $c$  = velocità della luce nel vuoto.

In un gas ionizzato da scariche elettriche pulsate,  $kT_e \sim (0,5 - 1) \text{ eV}$  [2], quindi il valore di  $\frac{kT_e}{m_e c^2}$  è infinitesimo. Pertanto, l'equazione (8) si riduce alla classica equazione di dispersione in assenza di effetti termici rilevanti [2].

L'energia termica degli elettroni può influire anche sulla frequenza delle collisioni discusse nel §3.4.

### 3.4 Poche collisioni?

L'equazione (2) è stata ottenuta trascurando il contributo dovuto alle collisioni elettrone-ione. Verifichiamo se nel caso dei LASER eccimeri questa approssimazione è valida.

Nella referenza [9] è stata ottenuta l'equazione (9) che tiene conto delle collisioni tra elettroni e ioni a carica singola, i quali costituiscono la grande maggioranza degli ioni generati da una scarica elettrica in un gas:

$$n^2 - 1 \sim -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i \frac{\omega_p^2}{\omega^3} \times \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{m_e}} \times \frac{e^4 N_i}{(kT_e)^{\frac{3}{2}}} \times \left\{ \ln \left( \frac{e^2}{\gamma \omega k T_e} \sqrt{\frac{kT_e}{m_e}} \right) + i \frac{\pi}{2} \text{sign} \omega \right\} \quad (9)$$

dove  $\gamma$  è la costante di Eulero. Nel caso  $\omega \gg \omega_p$  (condizione sempre soddisfatta per i LASER eccimeri, come dimostrato nel §3.2), possiamo sviluppare l'equazione (9) in serie, e al primo ordine otteniamo

$$n^2 - 1 \sim -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left\{ 1 + \frac{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}{3} \frac{e^4 N_i}{\omega (kT_e)^{\frac{3}{2}} \sqrt{m_e}} \right\} \quad (10)$$

Sostituendo  $\omega = 2\pi c/\lambda$  in (10), notiamo che se  $\frac{\lambda \times N_i}{kT_e} \ll 10^{19} \mu\text{m eV}^{-1} \text{cm}^{-3}$  l'equazione (10) coincide con (3) la quale è un'ottima approssimazione di (2) come dimostrato nel §3.1. Abbiamo visto nel §3.3 che  $kT_e = (0,5 - 1) \text{ eV}$  nei plasmi generati da scariche elettriche dei LASER gassosi, e di conseguenza  $\frac{\lambda \times N_i}{kT_e} < 10^{15} \mu\text{m eV}^{-1} \text{cm}^{-3}$ . Possiamo quindi concludere che nel caso dei LASER eccimeri è lecito trascurare il contributo dovuto alle collisioni elettrone-ione, e pertanto l'equazione (2) è valida.

### 3.5 Contributo degli atomi neutri

Le trattazioni classica e quantistica convergono nel fornire la rifrattività di un gas di atomi neutri e di molecole non dissociate come:

$$n - 1 = \frac{2\pi N e^2}{m_e} \sum_k \frac{f_k}{(\omega_k^2 - \omega^2)} \quad (11)$$

dove  $N$  è la densità degli atomi neutri,  $f_k$  è la forza dell'oscillatore, e  $\omega_k$  è la frequenza di assorbimento. Ovviamente, la (11) è valida fuori risonanza, per cui  $\omega \neq \omega_k$ .

In assenza di fenomeni di dispersione anomala, nello spettro dall'UV al visibile la (11) può essere sviluppata in una serie di potenze di  $\lambda^{-1}$  la quale, fermandosi al termine  $\lambda^{-2}$ , fornisce la relazione approssimata [10]:

$$n - 1 \approx \frac{N}{L} \left( A + \frac{B}{\lambda^2} \right) \quad (12)$$

dove  $A$  e  $B$  sono coefficienti tabulati in letteratura [10] a  $0^\circ\text{C}$  e  $1,01 \text{ bar}$  (temperatura e pressione normali, TPN), vedi la tabella 2.

Atomi	$A$	$B \text{ (cm}^2\text{)}$
He	$3,48 \times 10^{-5}$	$8,0 \times 10^{-16}$
Ne	$6,66 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{-15}$

**Tabella 2.** Coefficienti  $A$  e  $B$  dell'equazione di Cauchy (12) per i due gas buffer usati nei LASER eccimeri. Valori tratti da [10].

Rispetto alla consueta equazione di Cauchy<sup>D</sup> nella (12) abbiamo inserito il fattore  $N/L$  (dove  $L = 2,69 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  è il numero di Loschmidt, cioè il numero di molecole contenute in  $1 \text{ cm}^3$  a TPN, uguale al rapporto tra il numero di Avogadro e il volume occupato da una grammomolecola di gas) per tener conto della  $P > 1 \text{ bar}$  nei LASER eccimeri.

Notiamo che la (12) è valida anche nello spettro UV perché le frequenze di risonanza dei neutri He e Ne (che costituiscono oltre il 99% della miscela di gas nei LASER eccimeri) si trovano nella finestra spettrale dell'ultravioletto da vuoto ( $0,05 - 0,1 \text{ } \mu\text{m}$ , ben lontana dalle lunghezze d'onda emesse dai vari eccimeri, vedi la tabella 1.

Confrontando (12) con (4) è evidente che il contributo alla rifrattività delle particelle neutre è trascurabile rispetto al contributo degli elettroni se e solo se

$$\frac{N_e}{N} \gg \frac{2\pi c^2 m_e}{L e^2 \lambda^2} \left( A + \frac{B}{\lambda^2} \right). \quad (13)$$

Dalla tabella 2 osserviamo che  $A \gg \frac{B}{\lambda^2}$  e (13) si semplifica in

$$\frac{N_e}{N} \gg \frac{2\pi c^2 m_e A}{L e^2 \lambda^2} = 8,3 \times 10^{-7} \frac{A}{\lambda^2} \quad (14)$$

dove  $\lambda$  è espressa in cm.

La (12), e di conseguenza la (14), trascura il contributo degli stati eccitati e degli ioni. Come accennato nel §2, nei LASER eccimeri oltre il 99% della miscela di gas è costituito dal gas buffer Ne oppure He, che hanno energie di ionizzazione (rispettivamente  $> 21 \text{ eV}$ , e  $> 26 \text{ eV}$ ) troppo elevate perché siano ionizzati dalla scarica elettrica, come discusso nel §3.1. Per quanto concerne gli stati eccitati, abbiamo osservato sperimentalmente che il Ne puro a 3 bar sottoposto ad una scarica elettrica emette una fluorescenza debolmente rossastra dovuta al decadimento dello stato eccitato  $\text{Ne}^*$ . Tuttavia, come discusso in [11, 12], per valori di campo elettrico ridotto  $E/P \leq 2 \text{ kV}/(\text{cm} \times \text{bar})$  tipici delle scariche elettriche di pompaggio dei LASER eccimeri, la probabilità di generare lo stato eccitato  $\text{Ne}^*$  e  $\text{He}^*$  è un ordine di grandezza minore di quella di ionizzare il gas neutro (Xe, o Kr, o Ar) che forma la molecola eccimero (alogenuro di gas nobile, vedi la tabella 1), e pertanto il contributo degli stati eccitati  $\text{Ne}^*$  ed  $\text{He}^*$  può essere trascurato. In altre parole, è lecito assumere che gran parte del gas buffer non sia eccitato, tantomeno ionizzato, e rimanga quindi neutro.

<sup>D</sup> Vedi ad esempio [https://it.wikipedia.org/wiki/Equazione\\_di\\_Cauchy\\_\(ottica\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Equazione_di_Cauchy_(ottica))

Per quantificare il contributo degli atomi neutri, consideriamo il caso del gas buffer Ne: dalla tabella 2,  $A = 6,66 \times 10^{-5}$  e la lunghezza d'onda di emissione dei LASER eccimeri varia tra  $0,157 \mu\text{m}$  e  $0,351 \mu\text{m}$ , vedi la tabella 1. Sostituendo tali valori in (14) otteniamo i due limiti:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_e}{N} &\gg 0,224 && \text{nel caso } F_2, \lambda = 0,157 \mu\text{m} \\ \frac{N_e}{N} &\gg 0,445 && \text{nel caso XeF, } \lambda = 0,351 \mu\text{m} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Ciascuno degli altri eccimeri nella tabella 1 ha una disuguaglianza compresa fra i due limiti in (15).

D'accordo con la tabella 3, la densità  $N$  del gas buffer Ne può variare tra  $8,1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  (a 3 bar) e  $1,1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  (a 4 bar). Ricordiamo che il picco della densità di elettroni in un plasma eccimero è dell'ordine di  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  [6, 7]. Di conseguenza, le disuguaglianze (15) non sono soddisfatte, e il contributo alla rifrattività degli atomi neutri non è trascurabile rispetto al contributo degli elettroni.

Gas buffer	Densità @TPN (Kg/m <sup>3</sup> )	Massa atomica (Kg)	Densità atomi @3 bar (m <sup>-3</sup> )	Densità atomi @4 bar (m <sup>-3</sup> )
Ne	0,90	$3,35 \times 10^{-26}$	$8,06 \times 10^{25}$	$1,07 \times 10^{26}$
He	0,18	$6,64 \times 10^{-27}$	$8,13 \times 10^{25}$	$1,08 \times 10^{26}$

**Tabella 3.** Densità TPN e massa atomica dei gas buffer Ne ed He, dai quali si ricava la densità degli atomi a 3 bar e a 4 bar. Esempio di calcolo: a 3 bar, il numero di atomi di Neon per metro cubo è  $N = (3 \times 0,9) / 3,35 \times 10^{-26} \text{ m}^{-3} = 8,06 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ .

Nella tabella 3 il diverso peso atomico di He e Ne compensa la diversa densità, sicché la densità di atomi He e Ne è quasi uguale. Di conseguenza, anche nel caso del gas buffer He valgono le stesse considerazioni e si ottengono limiti quasi identici alla (15).

#### 4. La morale della favola

In questo Rapporto abbiamo verificato in modo quantitativo la validità dell'equazione approssimata della rifrattività (4) nel caso dei plasmi formati da scariche elettriche in miscele di gas a pressione  $P \geq 3$  bar. Questi plasmi si creano, ad esempio, nei LASER gassosi eccitati da scariche elettriche pulsate, in particolare nei LASER eccimeri.

In dettaglio, abbiamo verificato in modo quantitativo che nei plasmi che costituiscono il mezzo attivo eccimero

- a) la quasi-neutralità è sempre verificata ed è lecito trascurare il contributo degli ioni alla rifrattività;
- b) la condizione  $\omega \gg \omega_p$  è ampiamente soddisfatta;



- c) è lecito trascurare il contributo alla rifrattività dovuto alle collisioni elettrone-ione e la temperatura è sufficientemente “fredda” da giustificare le approssimazioni che conducono alla relazione (2);
- d) il contributo alla rifrattività degli atomi neutri non è trascurabile rispetto al contributo degli elettroni.

Il punto d) implica che (4) e (5) non sono buone approssimazioni nel caso dei LASER con mezzo attivo gassoso pompato a scarica, in particolare dei LASER eccimeri. L’equazione (4) deve essere corretta includendo il contributo della (12). In pratica, usando la (1) abbiamo

$$(n - 1)_{\text{plasma eccimero}} = (n - 1)_{\text{elettroni}} + (n - 1)_{\text{neutri}} \quad (16)$$

Tenendo conto che  $A \gg \frac{B}{\lambda^2}$  (vedi la tabella 2) la (16) può essere approssimata da

$$(n - 1)_{\text{plasma eccimero}} \sim -\frac{\omega_p^2}{2\omega^2} + \frac{N \times A}{L} \approx -4,46 \times 10^{-22} \lambda^2 N_e + \frac{N \times A}{L} \quad (17)$$

Essendo la densità di picco di elettroni  $N_e \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  [6, 7] abbiamo:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 \times N_e &< 2,47 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \mu\text{m}^2 \text{ (F}_2, \lambda = 0,157 \mu\text{m)} \\ \lambda^2 \times N_e &< 1,23 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \mu\text{m}^2 \text{ (XeF, } \lambda = 0,351 \mu\text{m)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Ciascuno degli altri eccimeri nella tabella 1 ha una disuguaglianza compresa fra i due limiti in (18). Inserendo i valori (18) nella (5) abbiamo che per qualsiasi plasma eccimero

$$(n - 1)_{\text{elettroni}} \sim -\varepsilon,$$

dove

$$5,5 \times 10^{-8} > |\varepsilon| > 1,1 \times 10^{-8}$$

Il contributo dei neutri è dato da  $(n - 1)_{\text{neutri}} \sim \frac{N \times A}{L} \sim 2 \times 10^{-4}$  (per il gas buffer Ne a 3 bar, vedi la tabella 3). Pertanto, la rifrattività totale del plasma eccimero (17) è dominata dal contributo degli atomi neutri, e al variare della lunghezza d’onda il suo valore rimane costante fino alla quarta cifra decimale:

$$\left. \begin{aligned} (n - 1)_{\text{plasma eccimero F}_2} &\sim -1,1 \times 10^{-8} + 2,0 \times 10^{-4} \approx +2 \times 10^{-4} \\ (n - 1)_{\text{plasma eccimero XeF}} &\sim -5,5 \times 10^{-8} + 2,0 \times 10^{-4} \approx +2 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Tutti gli eccimeri nella tabella 1 hanno il valore di rifrattività (19).

Anche nel caso di gas buffer Ne a 4 bar, e di He a 3 e 4 bar, il contributo dei neutri alla rifrattività è sempre dominante rispetto al contributo degli elettroni e i limiti numerici della (19) non cambiano in modo significativo. Lasciamo al lettore il facile esercizio di controllo.

Abbiamo ottenuto un rimarchevole risultato: il valore della rifrattività dei plasmi eccimeri (19) è svincolato dalla lunghezza d'onda, dipende solo dalla pressione del gas buffer ed è quindi uguale per tutti i LASER eccimeri, a parità di pressione totale e di gas buffer scelto.

### **Ringraziamento**

Grazie al Dr. Fabrizio Consoli per il lavoro di revisione del manoscritto e gli utili consigli per migliorare la chiarezza e l'accuratezza del testo.

## Referenze citate nel testo

- [1] J.C. Owens: "**Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition**" Applied Optics vol. **6**, pp. 51-59 (1967).
- [2] V.E. Golant, A.P. Zilinskij, S.E. Sacharov: *Fondamenti di fisica dei plasmi* (Edizioni Mir, 1983).
- [3] N.G. Basov, V.A. Danilychev, Y. Popov, D.D. Khodkevich: "**Laser for vacuum region of the spectrum with excitation of liquid xenon by an electron beam**" Zh. Eksp. Fiz. i Tekh. Pis'ma Red. vol. **12**, pp. 473 – 474 (1970).
- [4] T. Letardi, S. Bollanti, P. Di Lazzaro, F. Flora, N. Lisi, C. Zheng: "**Some design limitations for large-aperture, high-energy per pulse excimer lasers**" Il Nuovo Cimento D, vol. **14**, pp. 495 – 507 (1992). <https://doi.org/10.1007/BF02457039>
- [5] T. Letardi, P. Di Lazzaro, G. Giordano, C. Zheng: "**Large area X-ray preionizer for electric discharge lasers**" Applied Physics B vol. **48**, pp. 55 – 58 (1989) <https://doi.org/10.1007/BF00694418>
- [6] A. De Angelis, P. Di Lazzaro, F. Garosi, G. Giordano, T. Letardi: "**XeCl discharge diagnostic by holographic interferometry**" Applied Physics B, vol. **47**, pp. 1 – 6 (1988). <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00696201>
- [7] P. Di Lazzaro, T. Letardi, C. Zheng: "**Discharge medium uniformity influence on XeCl excimer laser beam quality**" Il Nuovo Cimento D, vol. **14**, pp. 41 – 48 (1992). <https://doi.org/10.1007/BF02455343>
- [8] I.B. Bernstein, S.K. Trehan: "**Plasma oscillations I**" Nuclear Fusion, vol. **1**, pp. 3 – 41 (1960). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0029-5515/1/1/002/pdf>
- [9] V.P. Silin: "**High-frequency dielectric constant of a plasma**" Soviet Physics JETP, vol. **14**, pp. 617 – 622 (1962).
- [10] C.W. Allen: *Astrophysical Quantities* (Athlone Press, London, 1981). Third Edition, p. 92.
- [11] S. Bollanti, P. Di Lazzaro, F. Flora, A. Gerardino, G. Giordano, T. Letardi, N. Lisi, G. Schina, C. Zheng, "**Operation of a 10-litre discharge XeCl laser**" in Excimer Lasers and Applications II, Proceedings SPIE vol. **1278** (1990), edito da T. Letardi, pp. 17 – 24. <https://spie.org/Publications/Proceedings/Paper/10.1117/12.20599?SSO=1>
- [12] S. Bollanti, P. Di Lazzaro, F. Flora, T. Letardi, N. Lisi, C. Zheng: "**Space- and time-resolved discharge evolution of a large volume, X-ray triggered XeCl laser system**" Applied Physics B, vol. **55**, pp. 84 – 91 (1992). <https://doi.org/10.1007/BF00348619>

ENEA  
Servizio Promozione e Comunicazione  
[www.enea.it](http://www.enea.it)

Stampa: Laboratorio Tecnografico ENEA - C.R. Frascati  
luglio 2020